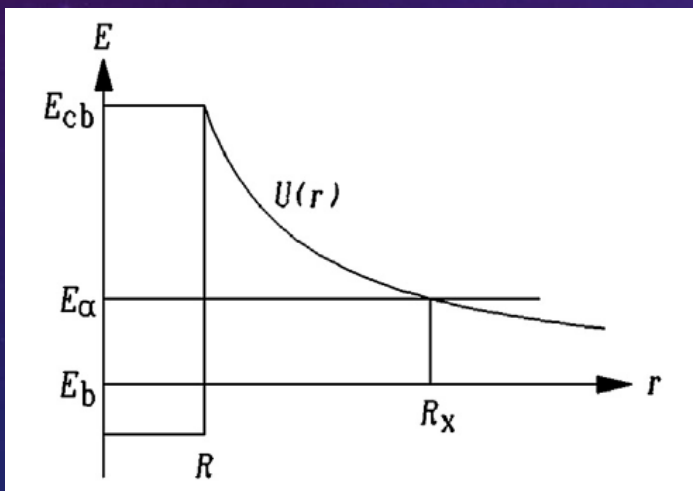




ТЕОРИЙСКИ МОДЕЛИ РАДИОАКТИВНИХ РАСПАДА

ЈЕДНОЧЕСТИЧНА (ONE-BODY) ТЕОРИЈА

- Gamow (1928), Condon & Gurney (1928, 1929) – постоји коначна вероватноћа продора α -честице кроз баријеру – тунел ефекат
- Детаљан (и апроксимативни) квантномеханички рачун дају израз за фактор пролаза (пробоја)



$$\lambda = fp$$

$$p = \exp \left[- \left\{ 4\pi\sqrt{2\mu/\hbar} \right\} \int_R^{R_x} \sqrt{U(r) - Q_\alpha} dr \right]$$

μ - редукована маса система потомак – α -честица

Q_α - енергија α -распада

- По deBroglie релацији таласна дужина α -честице је

$$\frac{h}{\mu v} \approx R$$

- Ако се α -честица креће напред-назад у језгру константном брзином онда важи

$$f = \frac{v}{2R} = \frac{\sqrt{\frac{2(V_0 + Q)}{\mu}}}{2R} = \frac{h}{2\mu R^2}$$

- Производ ове фреквенције и фактора пролаза даје вероватноћу распада λ

$$\lambda \approx [h/2\mu R^2] \exp \left\{ - \left[4\pi\sqrt{2\mu/h} \right] \int_R^{R_x} \sqrt{U(r) - Q_\alpha} dr \right\}$$

- Интеграцијом израза добијамо

$$\lambda \approx [\hbar / (2\mu R^2)] \exp \left\{ - \left[\sqrt{2\mu} e^2 Z_1 Z_\alpha / (\epsilon_0 \hbar \sqrt{Q_\alpha}) \right] \left[\arccos(u) - u \sqrt{1 - u^2} \right] \right\}$$

$$u = \left(\frac{E_\alpha}{E_{cb}} \right)^{1/2} \quad E_{cb} = \frac{Z_1 Z_\alpha e^2}{4\pi \epsilon_0 R}$$

$$R = R_1 + r_\alpha = r_0 A^{1/3} + r_\alpha$$

- Вредност λ је веома осетљива на промене у E_α -ако се енергија алфа честице промени за 1 MeV, λ се мења за 10^5
- Добијене вредноасти времена полураспада разликују се од измерених и за четири реда величине

- Уколико је $E_{cb} \gg E_{\alpha}$ и ако се експоненцијални фактор изрази као $e^{-2G(E_{\alpha})}$ добијамо

$$\log \lambda = C - 2G(E_{\alpha})$$

- Овај приступ не узима у обзир неколико чињеница
 - α - честица може да са собом “однесе” угаони момент l у ком случају енергија потенцијалне баријере расте за допринос који потиче од центрифугалне силе
 - Потенцијал у језгру није сферно симетричан (посебно изражено код језгара са деформацијом)
 - Уколико се почетно стање језгра претка и крајње стање језгра потомка много разликују модел не даје задовољавајуће резултате

ТЕОРИЈА БЕТА РАСПАДА (*FERMI* 1933)

- Претпоставке:

- 1. електрон, позитрон, неутрино и антинейтрино нису присутни у језгру, већ само настају у процесу β распада
- 2. Поред јаке интеракције у језгру (јаке силе) постоји и **слаба интеракција** која представља веома слабу пертурбацију која је одговорна за бета распад
- По теорији временски зависних слабих пертурбација вероватноћа прелаза у јединици времена P_{fi} између почетног и финалног стања је пропорционална финалној густини стања ($\rho_f = dn/dE_0$) и $|H_{fi}|^2$ где је H_{fi} је матрични елемент Хамилтонијана H слабе интеракције

$$P_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{fi}|^2 \frac{dn}{dE_0}$$

E_0 је енергија бета распада, док је H_{fi}

$$H_{fi} = \int \psi_f^* H \psi_i d\tau$$

- Исти приступ се примењује и за β^- и β^+ распад – односно сматра се да се они свode на трансформацију из једног нуклеона у други уз емисију два лептона (лептони = лаке честице: електрони, неутрини...)
- Финална густина стања се може одредити помоћу Хајзенбергове једначине

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \approx h^3$$

- Можемо писати да је $V \approx \Delta x \Delta y \Delta z$ па је број електронских стања у интервалу импулса $(p, p+dp)$

$$dn_e = V \frac{4\pi p^2 dp}{h^3}$$

док је аналогно томе број стања неутрина

$$dn_\nu = V \frac{4\pi p^2 dp}{h^3}$$

- Укупна густина стања у околини енергије која одговара укупној енергији електрона и неутрина E_0

$$\frac{dn}{dE_0} = V^2 \frac{16\pi^2}{c^3 h^6} p^2 p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_0} dp$$

Ако се занемари маса неутрина (која је веома блиска нули) за његову енергију се може писати

$$p_\nu c = E_\nu = E_0 - E$$

Стога је коначан израз за густину стања (*алтернативни назив статистички фактор*)

$$\frac{dn}{dE_0} = V^2 \frac{16\pi^2}{c^3 h^6} p^2 (E_0 - E)^2 dp$$

- Елемент матрице интеракције H_{fi}

$$H_{fi} = g \int \psi_f^* \phi_e^*(r) \phi_v^*(r) \mathbf{M} \Psi_i d\tau$$

потпуни Хамилтонијан слабе интеракције је $g\mathbf{M}$.

- g је константа слабе интеракције (силе)
- Будући да је интеракција неутрина са окружујућом материјом веома слаба, његову таласну функцију можемо апроксимирати равним таласом

$$\phi_v(r) = V^{-1/2} e^{i\mathbf{k}_v \mathbf{r}} \approx V^{-1/2} \left[1 + i(\mathbf{k}_v \mathbf{r}) - \frac{(\mathbf{k}_v \mathbf{r})^2}{2} + \dots \right] \approx V^{-1/2}$$

$\mathbf{k}_v = \mathbf{p}_v / \hbar$ је таласни вектор неутрина
 $V^{-1/2}$ је нормализациони фактор

- За електроне енергија >200 keV и лака језгра потомка таласна функција електрона се може такође представити равним таласом.

$$\varphi_e(r) = V^{-1/2} e^{i\mathbf{k}_e \mathbf{r}} \approx V^{-1/2} \left[1 + i(\mathbf{k}_e \mathbf{r}) - \frac{(\mathbf{k}_e \mathbf{r})^2}{2} + \dots \right] \approx V^{-1/2}$$

Ово значи да су таласне функције електрона и неутрина унутар језгра приближно константне.

Стога је

$$H_{fi} = \frac{g}{V} \int \psi_f^* \mathbf{M} \Psi_i d\tau = \frac{g}{V} M_{fi}$$

M_{fi} је елемент матрице прелаза између почетног Ψ_i и крајњег ψ_{fi} (језгро потомка). Ако су стања међусобно слична и M_{fi} је велики и обрнуто.

По увршћивању таланих функција електрона и неутрина, те H_{fi} у једначини за вероватноћу прелаза

$$P_{fi}(p) dp = N(p) dp = C |M_{fi}|^2 p^2 (E_0 - E)^2 dp$$

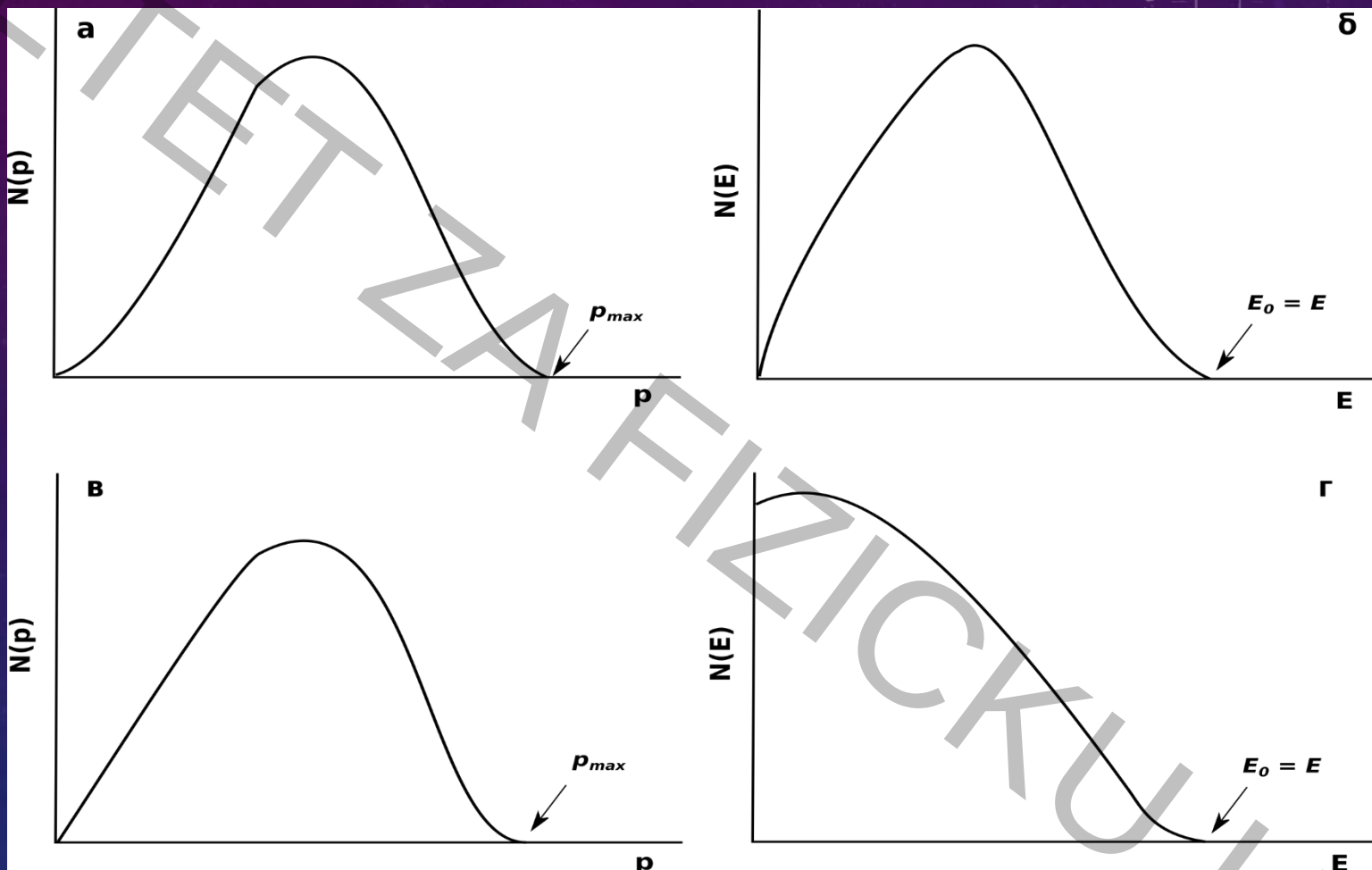
- С је константа $C = \frac{g^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7}$
- Електростатичка интеракција између језгра потомка и електрона модификује облик β -спектра. То је посебно изражено код тежих језгара и мањих енергија β -честица
- Да би се то кориговало уводи се корекциони фактор $F(Z, E)$ – *Фермијева функција*

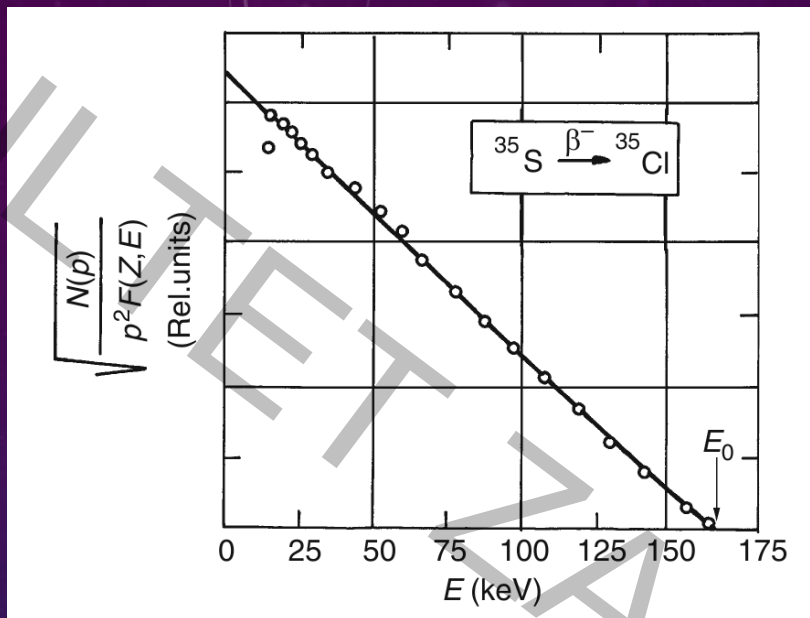
$$N(p)dp = C |M_{fi}|^2 F(Z, E) p^2 (E_0 - E)^2 dp$$

Теоријски и експериментални резултати могу се лако поредити помоћу Киријевог дијаграма (Kurie 1938) који представља зависност $[N(p)/F(Z, E)p^2]^{1/2}$ у функцији $|M_{fi}|^2 (E_0 - E)$

Без корекције на ел. стат. одбијање

Са корекцијом





Киријев дијаграм за β^- распад ^{35}S

- Линеаран карактер дијаграма указује да $|M_{fi}|^2$ не зависи од енергије електрона
- $|M_{fi}|^2 \approx 1$ дозвољен прелаз
- $|M_{fi}|^2 \ll 1$ забрањен прелаз
- Вероватноћа β распада дата је изразом

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \int_{p=0}^{p_{\max}} N(p) dp = C \int_0^{p_{\max}} |M_{fi}|^2 F(Z, E) p^2 (E_0 - E)^2 dp$$

- $\int_0^{p_{max}} F(Z, E) p^2 (E_0 - E)^2 dp = f(Z, E_0)$

је израчунат за више комбинација (Z, E_0) . Овај израз се назива и Фермијевом интегралном функцијом.

- λ јако зависи од енергије електрона и брзо расте са њеним порастом
- Величина $f(Z, E_0)t_{1/2}$ означава се са ft и назива се *компаративно време полуживота*

ГАМА РАСПАД

$$E_{\gamma} = h\nu = E_{fin} - E_{in}$$

- Због тога што фотони имају спин једнак 1 гама распада су увек праћени укупном променом угаоног момента ≥ 1
- Емисија фотона доводи до прерасподеле наелектрисања у језгру, а самим тим и до промене у магнетним особинама
- У зависности од врсте промене коју гама емисија изазива прелази се деле на магнетне и електричне

Тип зрачења	Тип промене	Промена спина	Промена парности
E1	Електрични дипол	1	Да
M1	Магнетни дипол	1	Не
E2	Електрични квадрупол	2	Не
M2	Магнетни квадрупол	2	Да
E3	Електрични октапол	3	Да
M3	Магнетни октапол	3	Не

- На основу модела љуске Blatt и Weisskopf су израчунали времена живота побуђених стања (претпоставка: језгро има дијаметар 6 fm
- За 2L електрични мултипол

$$\lambda_{el} = 4,4 \cdot 10^{21} \left[\frac{L+1}{L((2L+1)!!)^2} \right] \left(\frac{3}{L+3} \right)^2 \left(\frac{E_\gamma}{197} \right)^{(2L+1)} r^{2L}$$

За 2L магнетни мултипол

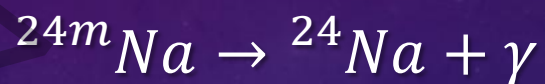
$$\lambda_{mg} = 1,9 \cdot 10^{21} \left[\frac{L+1}{L((2L+1)!!)^2} \right] \left(\frac{3}{L+3} \right)^2 \left(\frac{E_\gamma}{197} \right)^{(2L+1)} r^{2L-2}$$

L је угаони момент који односи фотон

E_γ је енергија фотона

R је радијус језгра у fm

- Пример



$$\Delta I = 4 - 1 = 3$$

$$E_{\gamma} = 0,473 \text{ MeV}$$

$$\frac{1}{\lambda_{mg}} = \Delta t \approx 0,02 \text{ s}$$

Измерена вредност 0,035 s