РАДИОАКТИВНИ РАСПАД

Факултет за физичку хемију Београд

- Спонтана трансформација језгра причему оно прелази у стабилнији облик, било у језгро другог елемента или у енергетски стабилније језгро истог елемента, уз емисију честица и/или електромагнетног зрачења.

- Независан од спољашњих услова: притиска, температуре, хемијског облика* итд.

- Временска константа распада се назива временом полураспада (t1/2)
- Радиоактивни распад укључује прелаз са дефинисаног квантног стања нуклида који се распада до дефинисаног квантног стања нуклида који настаје

Факултет за физичку хемију Београд

Врсте радиоактивног распада

- α–распад
- β–распад (β^-, β^+ и EC)
- γ–распад
- Интерна конверзија (IC)
- Спонтана фисија (SF)
- Егзотични распади (p, n, …^{12}C)

Факултет за физичку хемију Београд

Нотација радиоактивног распада

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A\pm m}_{Z\pm n}Y + \mathrm{p} + \mathrm{q} + \mathrm{E} $$

$$ {}^{Am}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma $$

$$ {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He + \mathrm{E} $$

$^{238}U(\alpha)^{234}Th(\beta^-)^{234}Pa(\beta^-)^{234}U\ldots$

$^{238}U(\alpha,\ 4{,}5\cdot10^{9}\ y)^{234}Th(\beta^-,\ 24\ d)^{234m}Pa(\beta^-,\ IC,\ 1{,}17\ min)^{234}U\ldots$

Факултет за физичку хемију Београд

Закони одржања код радиоактивног распада

- Ови закони важе радиоактивне распаде и за нуклеарне реакције

$X_1 + X_2 \rightarrow X_3 + X_4$ $\qquad$ $X_1 \rightarrow X_2 + X_3$

- Одржање енергије (укључујући масени еквивалент енергије)

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4$$

- Одржање импулса

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4$$

Факултет за физичку хемију Београд

- Одржање наелектрисања

$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$$

- Одржање масеног броја

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$

- Одржање укупног угаоног момента система. p_I

$$p_{I,1} + p_{I,2} = p_{I,3} + p_{I,4}$$

  - Практичнија формулација

$$\Delta I = I_3 + I_4 - I_1 - I_2$$

I је укупни нуклеарни спински квантни број.

ΔI у респадима/нуклеарним реакцијама може имати вредности

$$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

Факултет за физичку хемију Београд

Енергетика распада

- У радиоактивном распаду долази до ослобађања енергије
- $Q = -\left[M_{X_2} + M_{X_3} - M_{X_1}\right] \cdot 931{,}5\ MeV$
- $Q = E_k(uzmak\ X_2) + E_k(X_3) + \cdots$
- Уколико радионуклид пре распада мирује

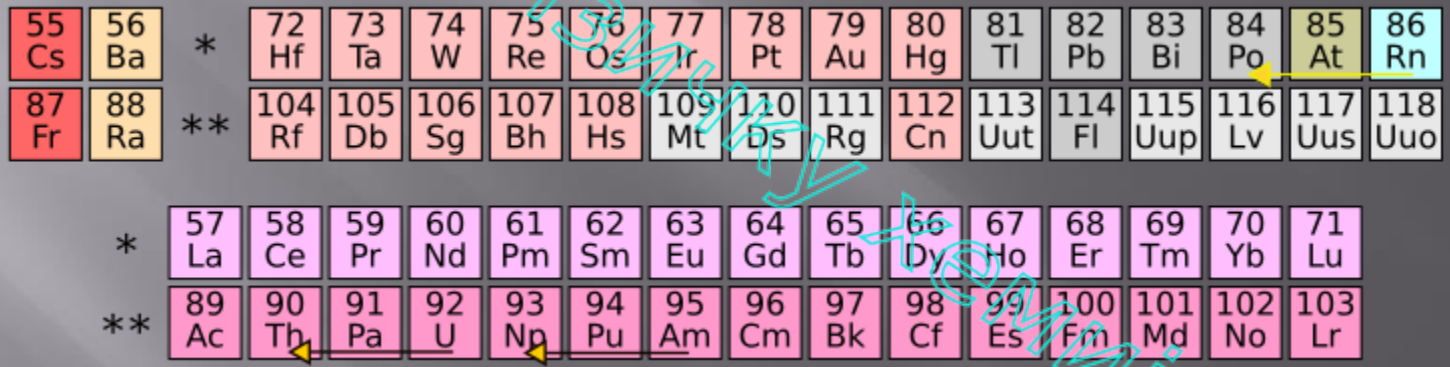
$$E_k(uzmak) = \frac{M(X_3)}{M(X_2)} \cdot E_k(X_3)$$

Факултет за физичку хемију, Београд

α распад

- Запажа се код језгара тежих од олова - и код неких изотопа из серије лантаноида (изузетак ^{8}Be).

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$





$$^{226}Ra \rightarrow {}^{222}Rn + {}^{4}_{2}He$$

$$^{222}Ra \rightarrow {}^{218}Po + {}^{4}_{2}He$$

$$^{238}U \rightarrow {}^{234}Th + {}^{4}_{2}He$$

Факултет за физичку хемију Београд

ВИШАК ПРОТОНА И НЕУТРОНА

Енергија алфа распада

- Енергија алфа распада дефинише се као

$$Q_\alpha(\text{MeV}) = 931{,}5\Delta M = -931,5\left(M_{Z-2}^{A-4} + M_{He} - M_Z^A\right)$$

- На пример за распад ^{226}Ra

$$Q_\alpha = -931{,}5(M_{222Rn} + M_{4He} - M_{226Ra})$$
$$= (222.017578 + 4{,}002603 - 226{,}025410) = 4{,}871 \text{ MeV}$$

- За алфа распад ^{238}U

- $Q_\alpha = -931{,}5(M_{234Th} + M_{4He} - M_{238U}) = -931{,}5(234{,}043601 +$

Факултет за физичку хемију Београд

Расподела енергије алфа распада

$$Q_\alpha = E_{Z-2}^{A-4} + E_\alpha$$

- Из закона о одржању енергије и момента импулса следи

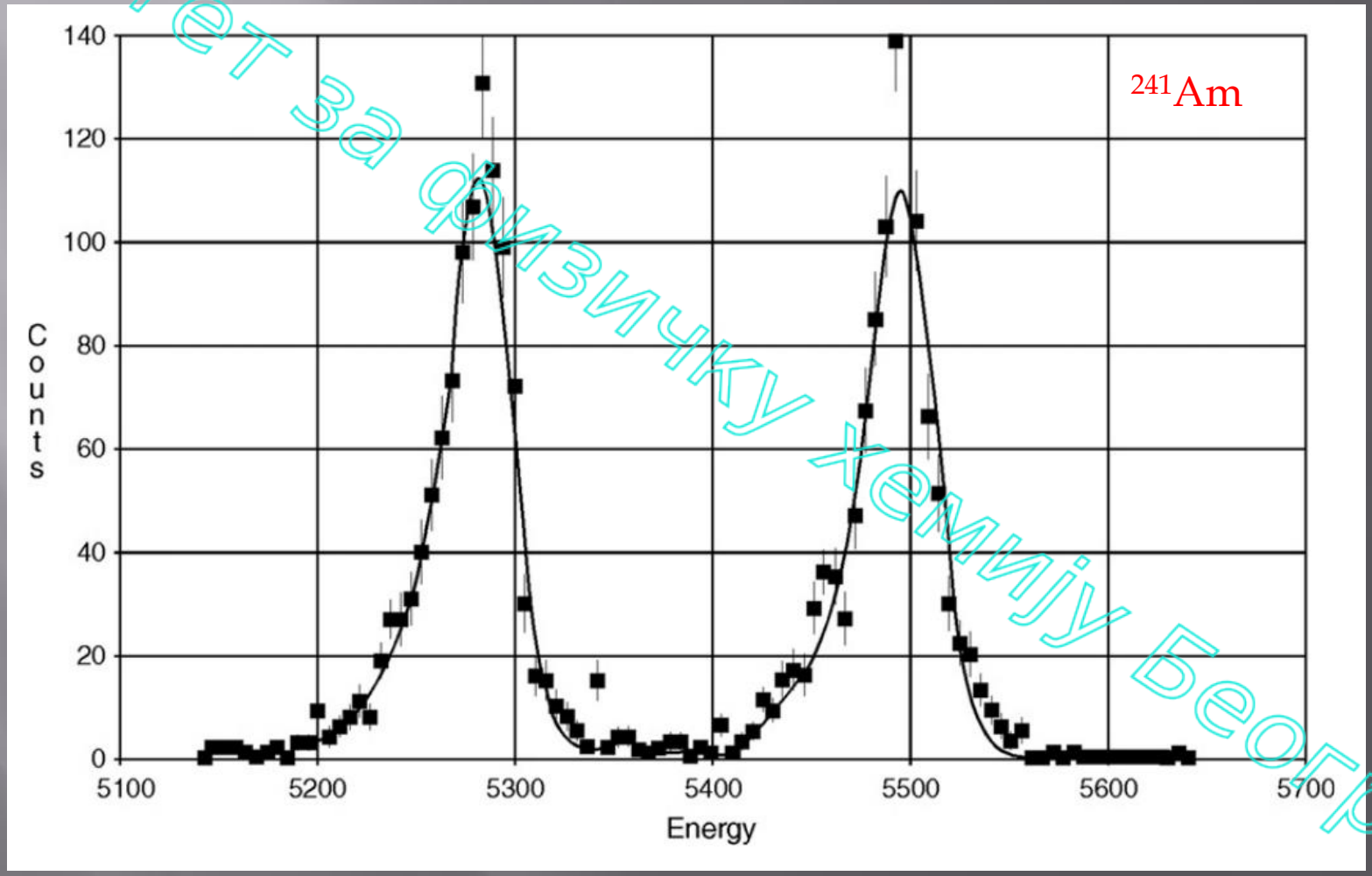
$$E\left(X_{Z-2}^{A-4}\right) = \frac{M_\alpha}{M_X} Q_\alpha \qquad E(\alpha) = \frac{M_X}{M_\alpha} Q_\alpha$$

- Тако α-честица емитована при распаду ^{238}U (Q_α =4,27 MeV) односи енергију 0,983 Q_α , а атом ^{234}Th свега 0,017 Q_α

- Енергија узмака језгра ^{234}Th је 72 keV што је више него довољно за раскидање хемијске везе у молекулу

Факултет за физичку хемију Београд

Спектар α-распада



Факултет за физичку хемију Београд

β распад

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^{-} \; ({}^{0}_{-1}e) \qquad {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$$

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^{+} \; ({}^{0}_{1}e) \qquad {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e$$

$${}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y \qquad {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{1}_{0}n \quad \text{EC}$$

Промена спина у β распаду

$${}^{90}Sr \rightarrow {}^{90}Y + {}^{0}_{-1}e$$

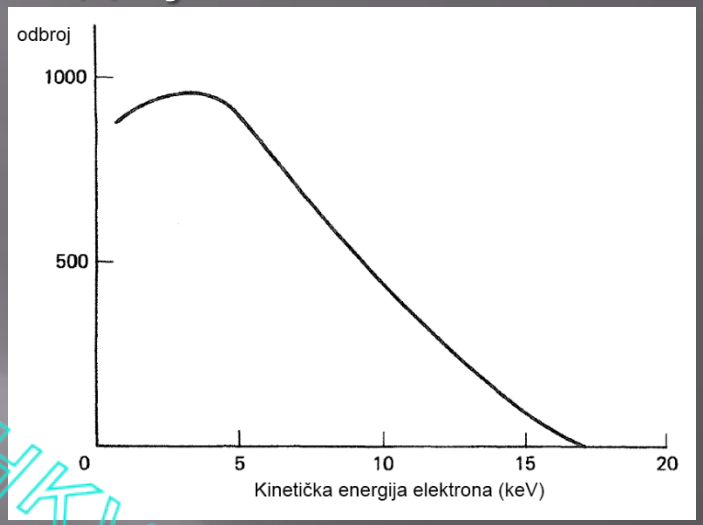
$$\Delta \mathrm{I} = \mathrm{I}({}^{90}Y) + I({}^{0}_{-1}e) - ({}^{90}Sr) = 2 + \frac{1}{2} - 0 = \frac{5}{2}$$

Али ΔI мора имати целобројне вредности!

Факултет за физичку хемију Београд

- Према закону одржања енергије, енергија емитованих електрона (позитрона) треба да је

$$E_e = \frac{m_X^2 - m_Y^2 + m_e^2}{2m_X}$$



- Wolfgang Pauli 1930. – Претпоставка да део енергије односи мала неутрална честица

- Enrico Fermi 1933. у својој теорији β-распада уводи неутралну честицу – неутрино

Факултет за физичку хемију Београд

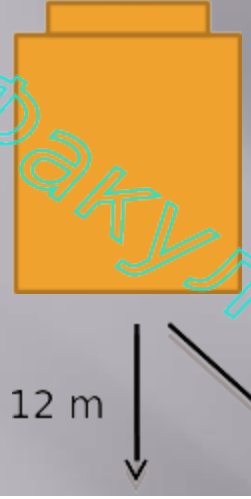
Експериментална потврда постојања неутрина

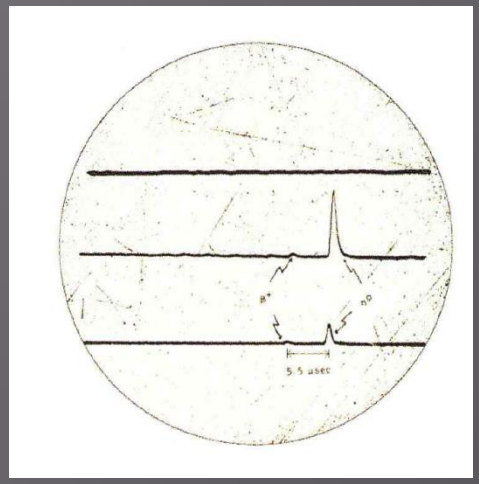
- Неутрино због своје неутралности и мале масе једва да реагује са средином кроз коју пролази
- Reines & Cowan 1955. Sawana River нуклеарни реактор (флукс неутрина $5 \cdot 10^{13}$) – потрага за инверзним β^+ распадом.
- Ако $\quad {}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + \beta^+ + \nu$
- онда постоји и
- $$ {}_1^1X + \tilde{\nu} \rightarrow {}_0^1n + \beta^+ $$

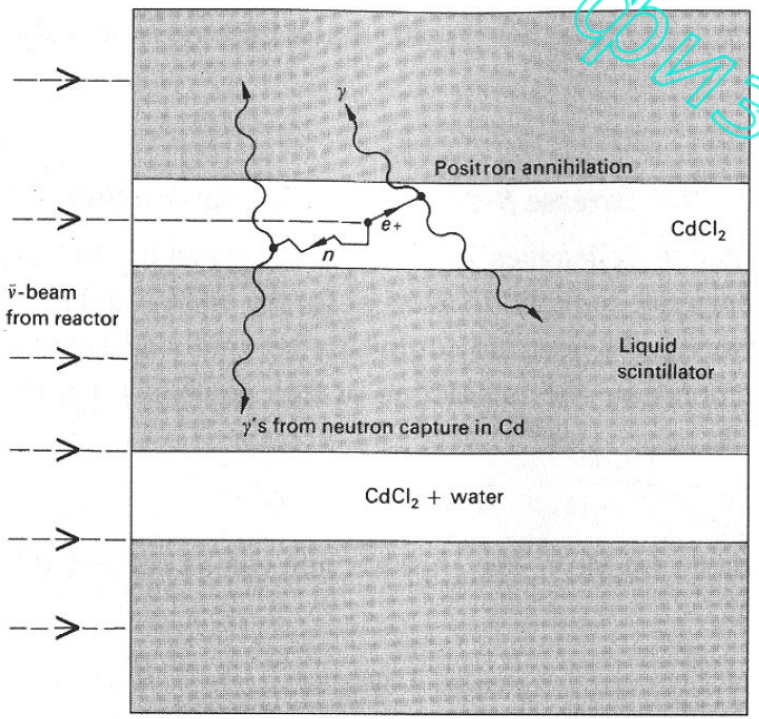


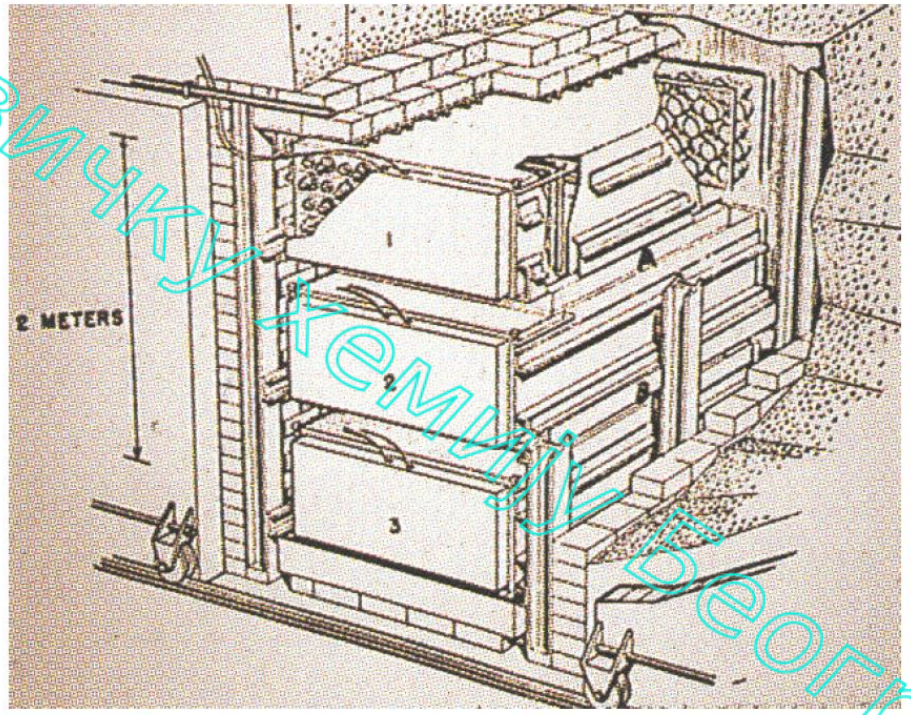
Факултет за физичку хемију Београд

Факултет за физичку хемију Београд









- Неутрину је приписан спин ½ што решава проблем са променом спина у току радиоактивног распада

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu} $$

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e + \nu $$

$$ {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu $$

- Претпостављена маса неутрина (на основу експеримената на Kamiokande постројењу) је мања од 0,07 eV

Факултет за физичку хемију Београд

Енергија β-распада

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu} $$

$$ Q_{\beta^-} = -931{,}5\,(M_{Z+1} - M_Z) $$

За распад $ {}^{90}Sr \rightarrow {}^{90}Y + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu} $

$$ Q_{\beta^-} = -931{,}5\left(M_{{}^{90}Y} - M_{{}^{90}Sr}\right) $$

$$ = -931{,}5(89{,}907144 - 89{,}907730) = 0{,}546\ MeV $$

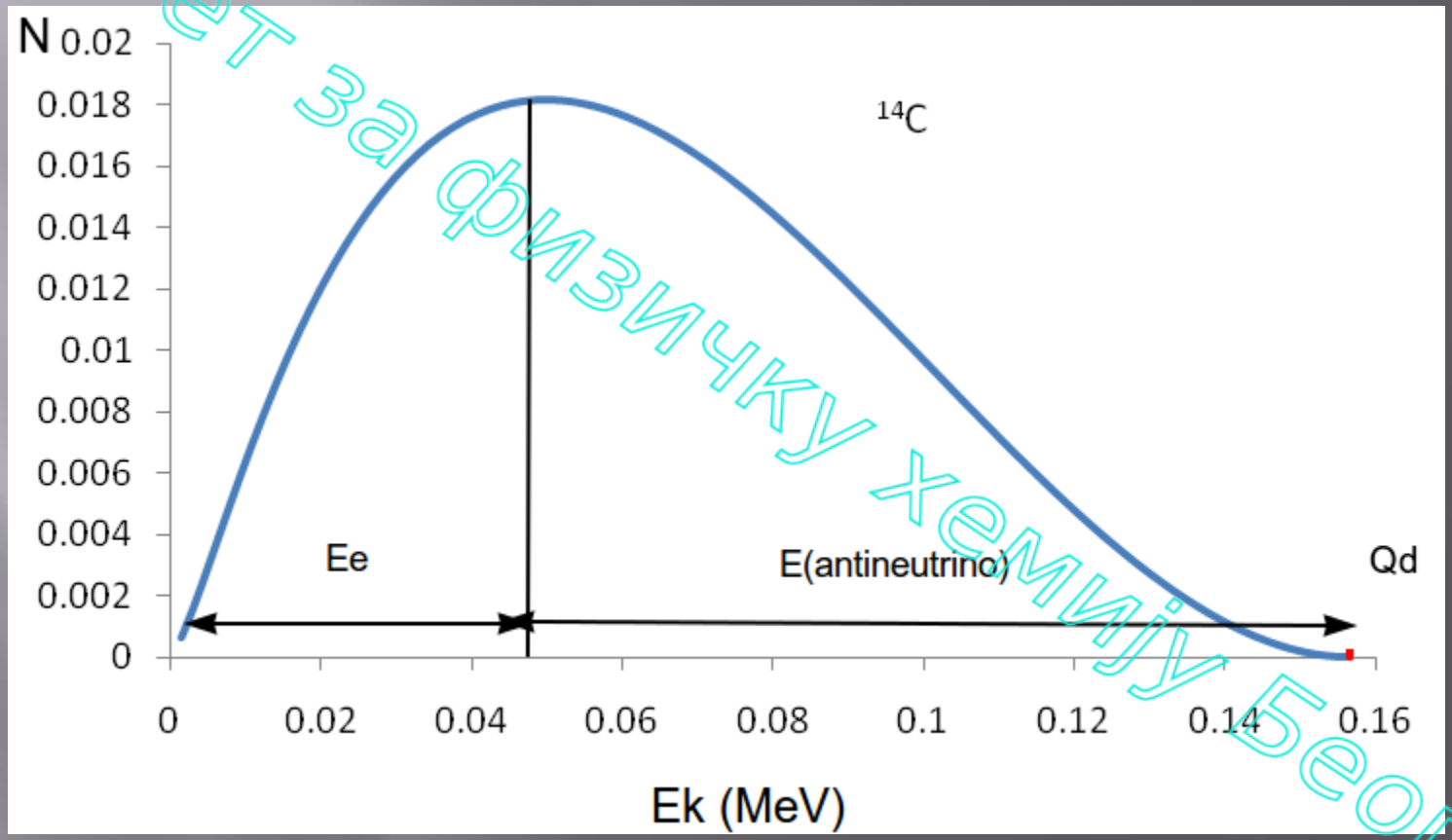
Средња енергија емитованог електрона дата је емпиријском формулом

$$ \bar{E} \approx 0{,}33E_{max}\left(1 - \frac{\sqrt{Z}}{50}\right)\left(1 + \frac{\sqrt{E_{max}}}{4}\right) $$

ВИШАК НЕУТРОНА

Факултет за физичку хемију Београд

Спектар β-распада



Факултет за физичку хемију Београд

Позитронски распад

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y^{-} + {}^{0}_{+1}e + \nu \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{+1}e + \nu $$

$$ Q_{\beta^+} = -931{,}5\,(M_{Z-1} + 2M_e - M_Z) $$

Me=931,5·0,000549 MeV= 0,511 MeV

За распад $ {}^{22}Na \rightarrow {}^{22}Ne + {}^{0}_{+1}e + \nu $

$$ Q_{\beta^+} = -931{,}5(21{,}991385 - 21{,}994437) - 2\cdot 0{,}511\ MeV $$
$$ = 1{,}821\ MeV $$

Факултет за физичку хемију Београд

ВИШАК ПРОТОНА

Дираков једначина и позитон

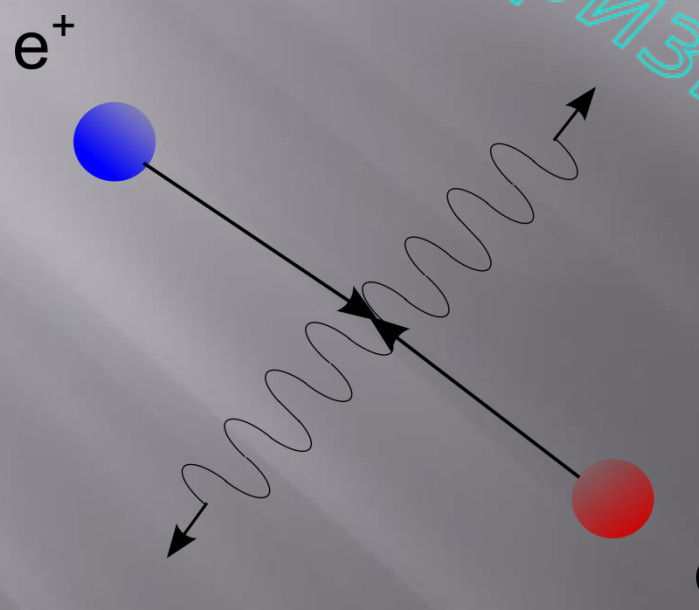
$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$$

- Негативна енергија електрона ??
- Dirac : Сва стања негативне енергије су попуњена ?
- Feyman: нова честица са масом електрона али са супротним наелектрисање

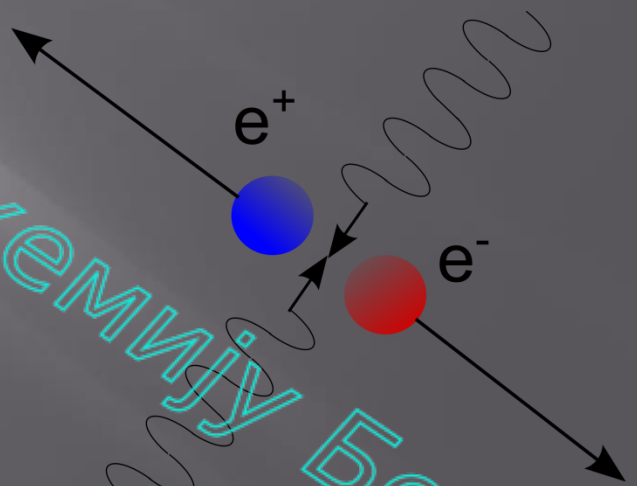
Факултет за физичку хемију Београд

Електрон и позитрон-античестице

- Судар електрона и позитрона доводи до њихове анихилације при чему настају два гама кванта енергије по 0,511 MeV који се разилазе под углом од 180о



Анихилација

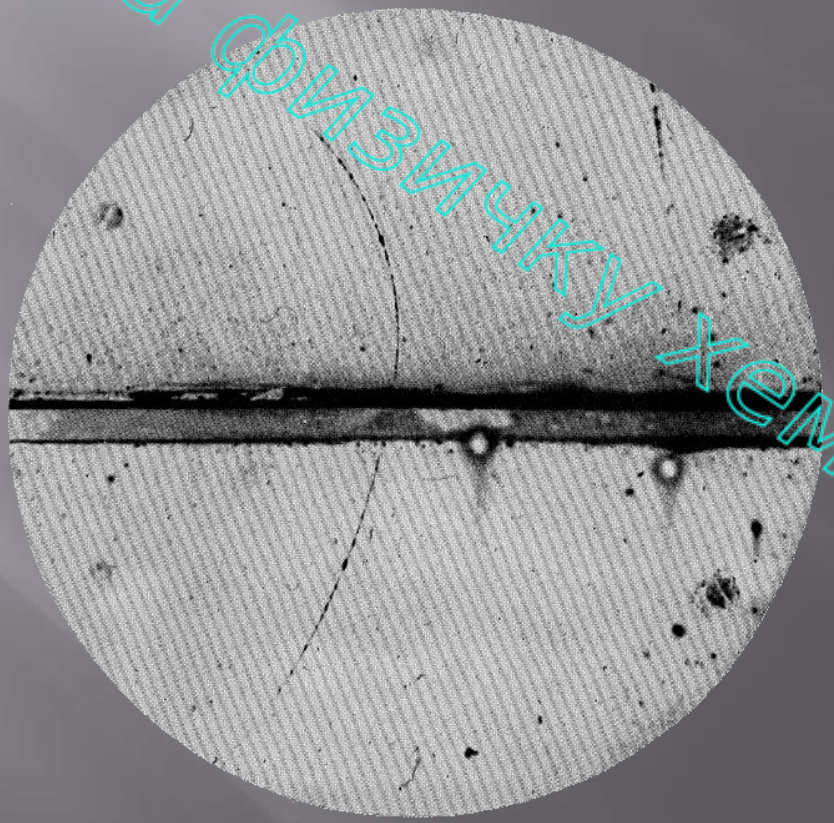


Стварање парова

Факултет за физичку хемију Београд

Откриће позитрона

- Андерсон је проучавао трагове космичког зрачења у Wilson – овој комори и нашао траг честице са “необичним” понашањем.



Факултета за физичку хемију Београд

Двоструки β-распад

- Крајње неуобичајен вид распада који се јавља код парно-парних језгара са дугачким временом полураспада

$^{82}_{34}Se \rightarrow {}^{82}_{36}Kr + 2\beta^- + 2\tilde{\nu}$ ($t_{1/2} = 1.7 \cdot 10^{20}$ y)

$^{82}_{32}Ge$?

Факултет за физичку хемију Београд

Електронски захват

- Конкурентски процес β^+

$$ {}^{A}_{Z}X + e^-_{K,L\ldots} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu + x_{K,L\ldots} $$

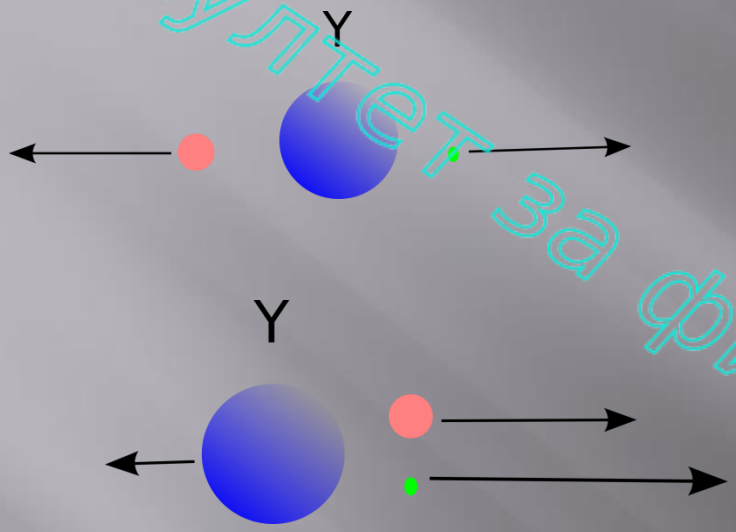
$Z<30 \rightarrow \beta^+$ $30<Z<80 \rightarrow \beta^+$, EC $Z>80 \rightarrow$ EC

Изузетак ${}^{7}Be \rightarrow {}^{7}Li + \nu$

$$ Q_{EC} = -931{,}5\left(M^{A}_{Z-1} - M^{A}_{Z}\right) = 0{,}861\ MeV $$

Факултет за физичку хемију Београд

Узмак језгра код β распада



$E_y = 0$

$$E_d = m_e \frac{E_{max}}{m_d} + \frac{E_{max}^2}{2m_d c^2}$$

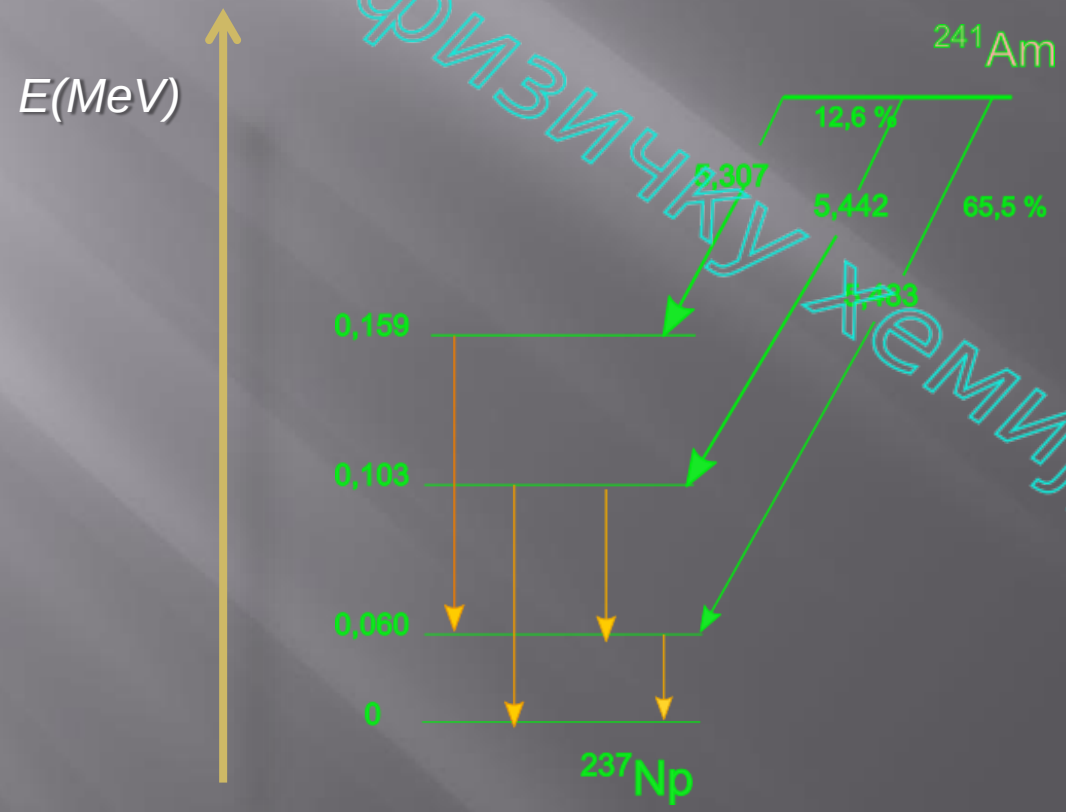
$E_d \approx 100\ V \rightarrow$ може изазвати раскидање веза у молекулу

$$^{52}MnO_4^- \rightarrow {}^{52}CrO_4^{2-} + \beta^+$$

Факултет за физичку хемију Београд

Гама распад (IT)

- У α и β радиоактивним распадима често настаје потомак у побуђеном стању које се даље деексцитира емисијом електромагентног зрачења – γ зрачења.



Факултета физичку хемију Београд

Енергија узмака језгра код γ- распада

- Закон одржања импулса

$$\frac{E_\gamma}{c} = -m_d v_d$$

$$E_{k_d} = \frac{E_\gamma^2}{2m_d c^2}$$

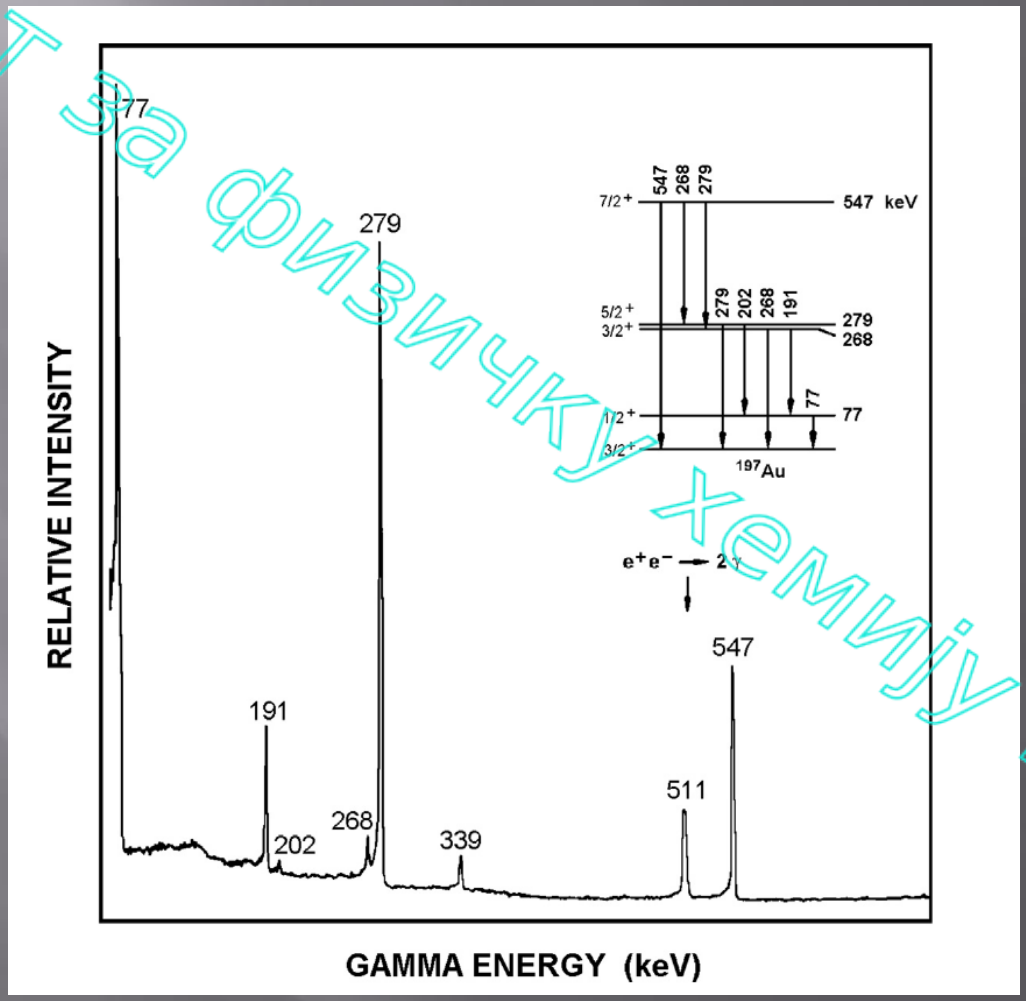
Колика је енергија узмака језгра ^{137m}Ba при емисији γ-фотона енергије 661 keV?

$$E_{k_d} = \frac{(0{,}661 \cdot MeV)^2}{2 \cdot 136.905827 \cdot 931{,}5\ MeV} = 1{,}71 \cdot 10^{-6}\ MeV$$

$$= 1{,}71\ eV$$

Факултет за физичку хемију Београд

Спектар γ-распада

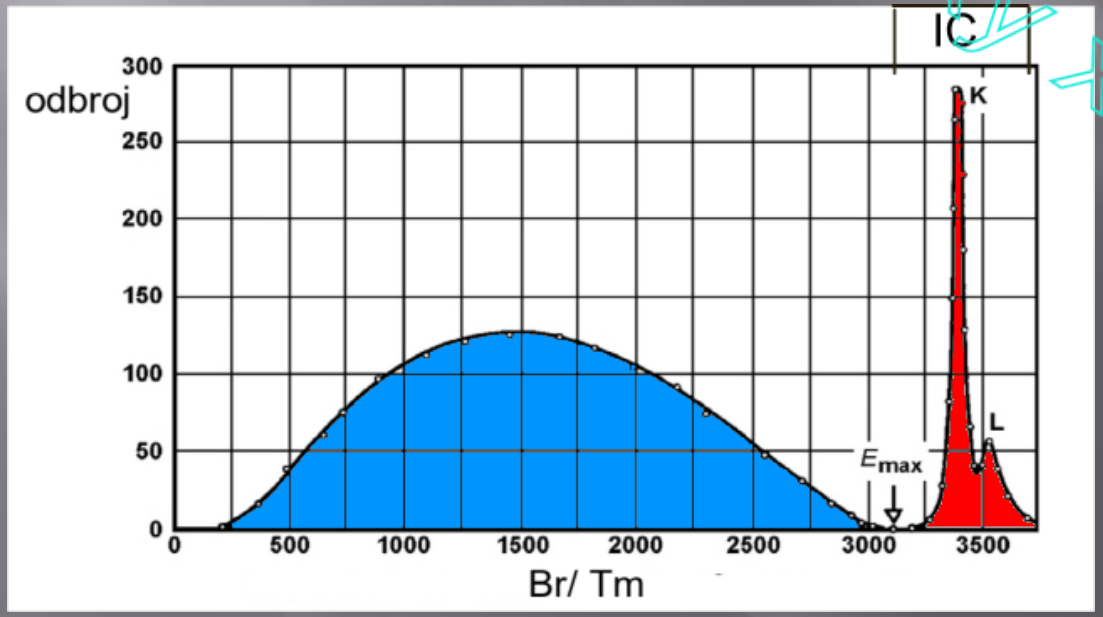


Факултет за физичку хемију Београд

Интерна конверзија (IC)

- У случајевима када се таласне функције (орбитале) преклапају језгро може пренети директно енергију електронима из K, L… љуске који напуштају атом са тачно одређеним енергијама. У овом процесу *нема емисије неутрина*

$$^{Am}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z}X^{+} + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{A}_{Z}X$$



Конверзиони коефицијент(и)

$$\alpha_K = \frac{N_K}{N_\gamma}$$

$$\alpha_{K+L+\ldots}\left({}^{137m}Ba\right) = 0{,}112$$

Факултет за физичку хемију Београд

Спонтана фисија (SF)

- Карактеристична за језгра са високим Z
- Откривена 1940 код језгра ^{238}U као вид распада компетитиван алфа распаду
- Језгро се дели на два тешка фрагмента – фисионе продукте

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}Z + \varsigma n $$

Нуклид	Z	Време полураспада (y)
^{238}U	92	$8 \cdot 10^{15}$
^{240}Pu	94	$1{,}2 \cdot 10^{11}$
^{244}Cm	96	$1{,}4 \cdot 10^{7}$
^{252}Cf	98	66
^{256}Fm	100	$3 \cdot 10^{-4}$

Факултет за физичку хемију Београд

Егзотични распади

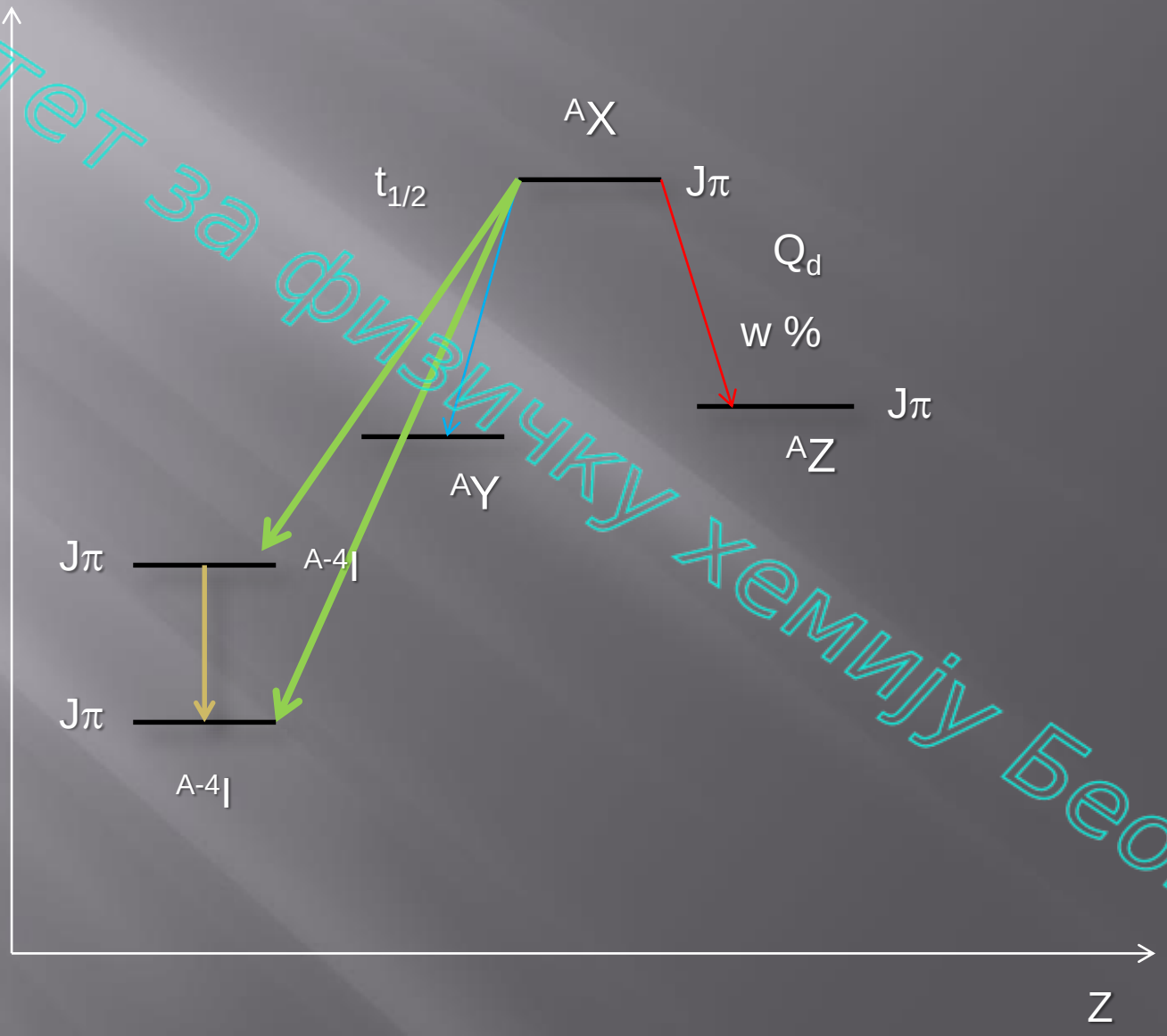
- Емисија протона код језгара који су веома дефицитарни у неутронима
- ^{53m}Co (1,5 % емисија протона)

- Емисија неутрона код радионуклида који су продукат фисије – закаснели неутрони

- ^{12}C и ^{16}O емисија је енергетски могућа код тешких алфа емитера

Факултет за физичку хемију Београд

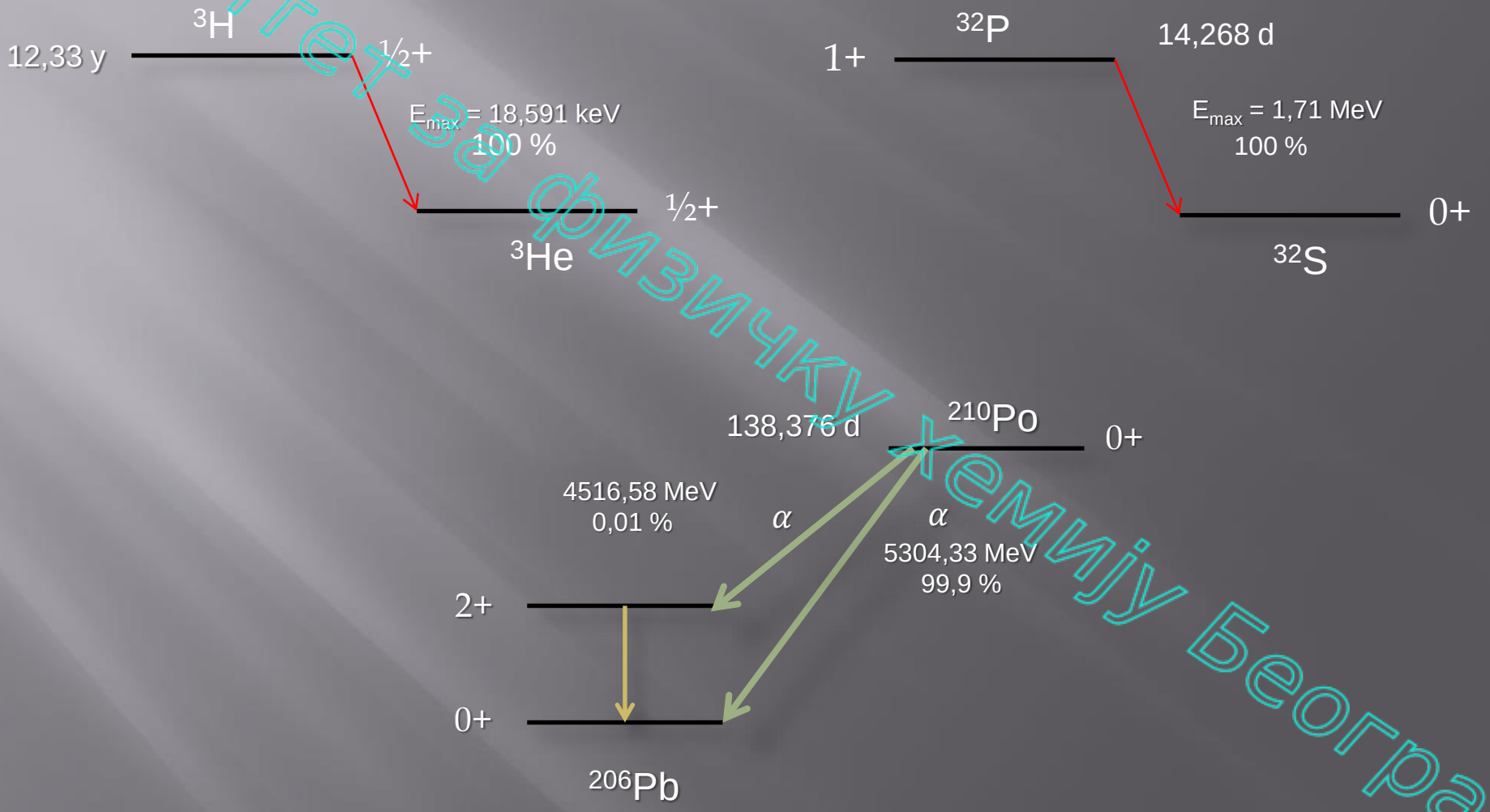
Шеме распада-правила



Факултет за физичку хемију Београд

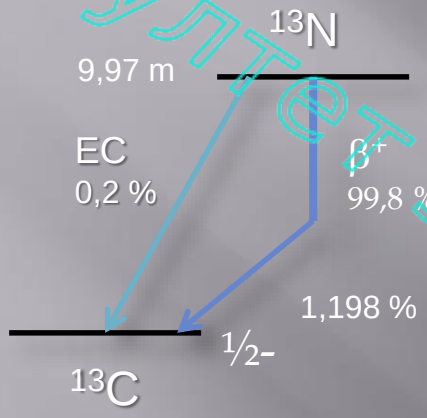
Шеме распада

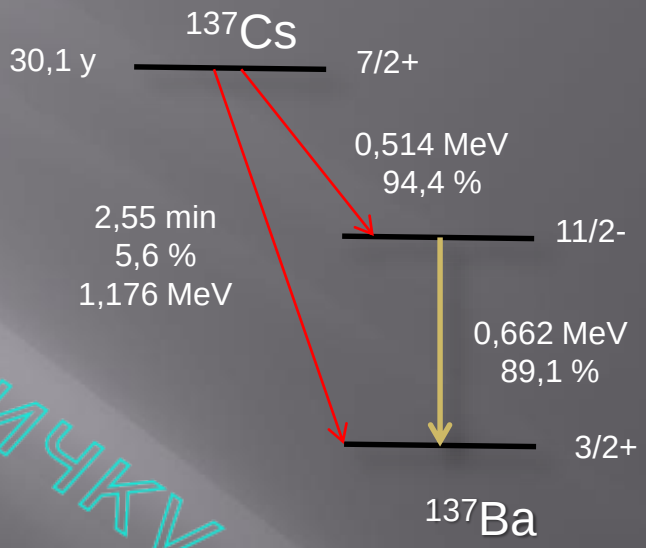
- Просте шеме распада

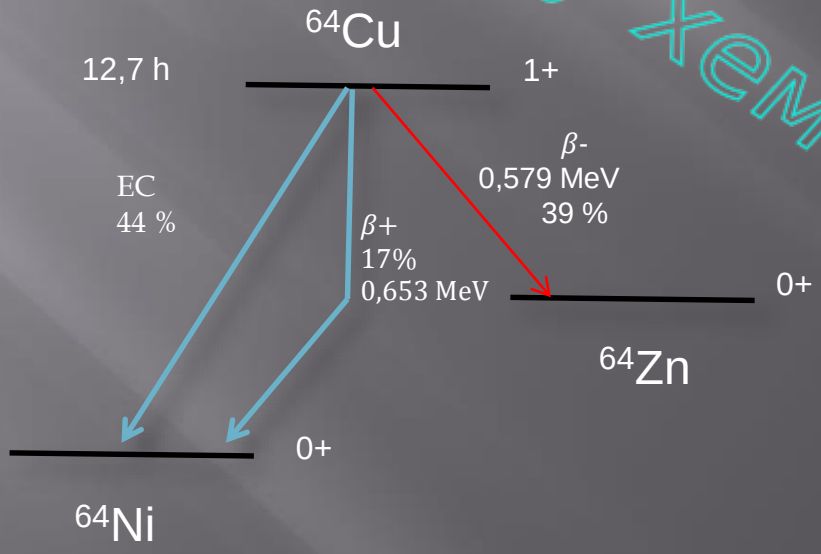


Факултет за физичку хемију Београд

Шеме распада (2)

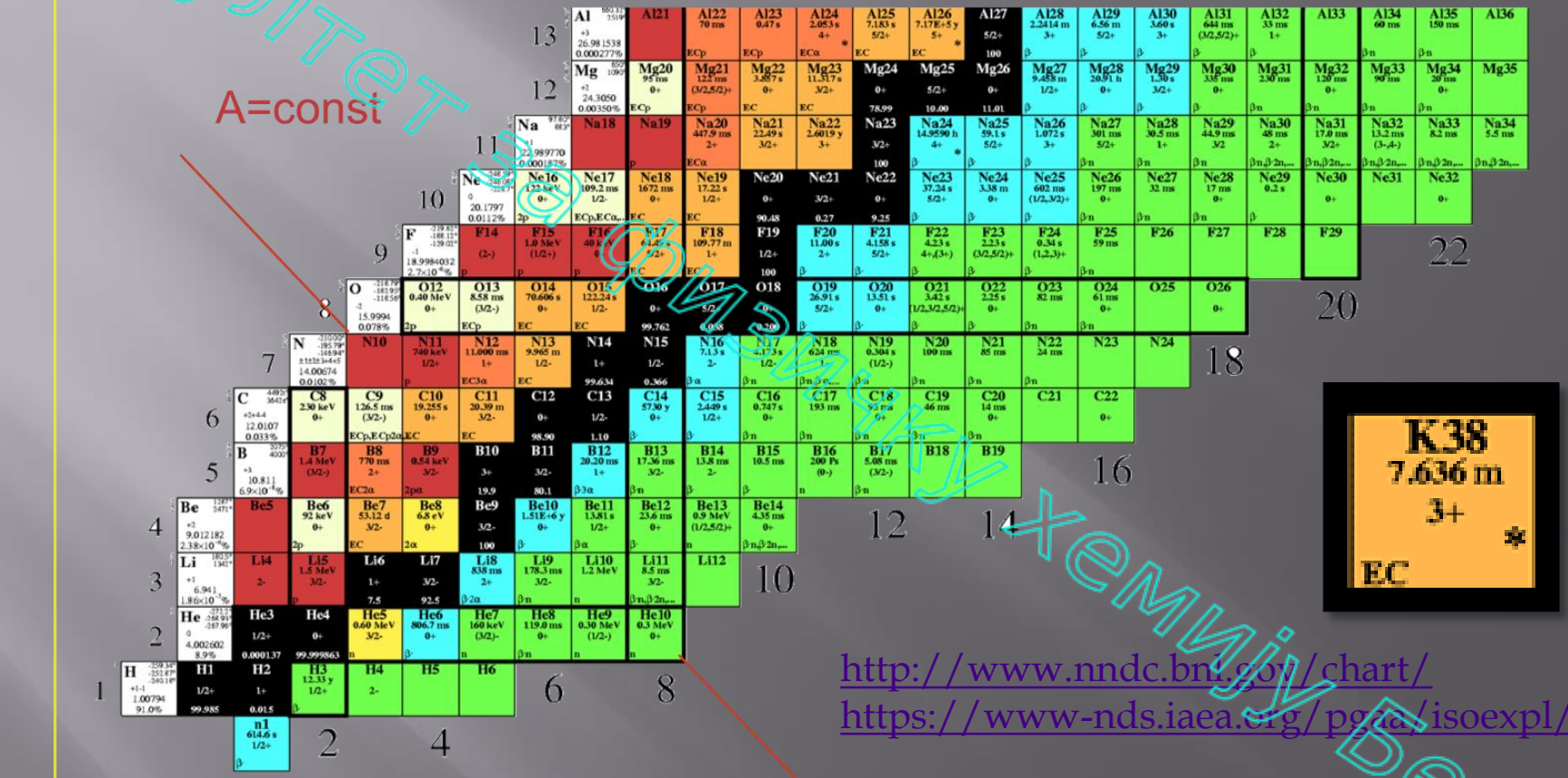






Факултет за физичку хемију Београд

Таблица изотопа



http://www.nndc.bnl.gov/chart/
https://www-nds.iaea.org/pgaa/isoexpl/ie2.htm

Факултет за физичку хемију Београд

Процеси који прате радиоактивни распад

- Емисија карактеристичног x-зрачења
- Ожеови (Auger) електрони
- Раскидање хемијских веза

Факултет за физичку хемију Београд

Кинетика радиоактивног распада

Факултет за физичку хемију Београд

Закон радиоактивног распада

- Полази се од следећих претпоставки

1. Вероватноћа распада је независна од историје језгра
2. Вероватноћа распада је независна од окружења језгра
3. Вероватноћа је иста за све језгра истог типа и исте енергије екцитације

Вероватноћа да ће у времену Δt доћи до радиоактивног распада пропорционална је том времену

$$p=\lambda\Delta t$$

Вероватноћа да језгро преживи овај интервал је

$$1-p= 1-\lambda\Delta t$$

Факултет за физичку хемију Београд

- Вероватноћа да језгро преживи и време $t=2\Delta t$ је (и и догађај)

$$(1-p)_2=(1-\lambda\Delta t)(1-\lambda\Delta t)=(1-\lambda\Delta t)^2$$

- Вероватноћа да језгро преживи и време $t=n\Delta t$ је стога

$$(1-p)_n=(1-\lambda\Delta t)^n$$

Овај израз је валидан само за $\Delta t \ll t$ односно када $n\to\infty$. Тада имамо

$$(1-p)=\lim_{n\to\infty}\left(1-\lambda\frac{t}{n}\right)^n=e^{-\lambda t}$$

јер је

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+a\frac{x}{n}\right)^n=e^{ax}$$

Факултет за физичку хемију Београд

- Са друге стране вероватноћа распада може се представити као

$$p = \frac{N_r}{N_0} = \frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - \frac{N}{N_0}$$

$$1 - p = \frac{N}{N_0}$$

Комбиновањем добијамо…

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

…закон радиоактивног распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Факултет за физичку хемију Београд

Активност узорка

- Логаритмовањем облик једначине радиоактивног распада добијамо

$$ln\frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

- Диференцирањем ове једначине по *t* добијамо

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

λ је константа распада (радиоактивна константа) и представља вероватноћу одигравања распада

- Активност је дефинисана као брзина радиоактивног распада односно број распада у јединици времена

Факултет за физичку хемију Београд

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Стога важи да је

$$\lambda \mathrm{N} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

и

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

Уређаји који мере радиоактивност не могу регистровати сваки распад због коначне ефикасности детекције ε

$R = \varepsilon A$ односно

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$

Факултет за физичку хемију Београд

- Специфична активност узорка је дефинисана као активност по његовој маси, количини или запремини

$$S_A = \frac{A}{m} = \lambda \frac{N_A}{m}$$

$$S_A = \frac{A}{V}$$

Факултет за физичку хемију Београд

Параметри радиоактивног распада

- Константа распада λ (s^{-1})
- Средње време живота радионуклида

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \text{ (s)}$$

- Време полураспада је време које је потребно да број језграра радионулида опадне на половину

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \Longmapsto \ln\frac{1}{2} = -\lambda t_{1/2} \Longmapsto$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Факултет за физичку хемију Београд

Јединице за радиоактивност

- SI јединица за радиоактивност је Бекерел (Bq) и дефинисан је као

$$1\ Bq = 1\ распад/\ s$$

- Измерени одброј R на уређају за мерење радиоактивности има јединицу одброј/s *(counts/s)*

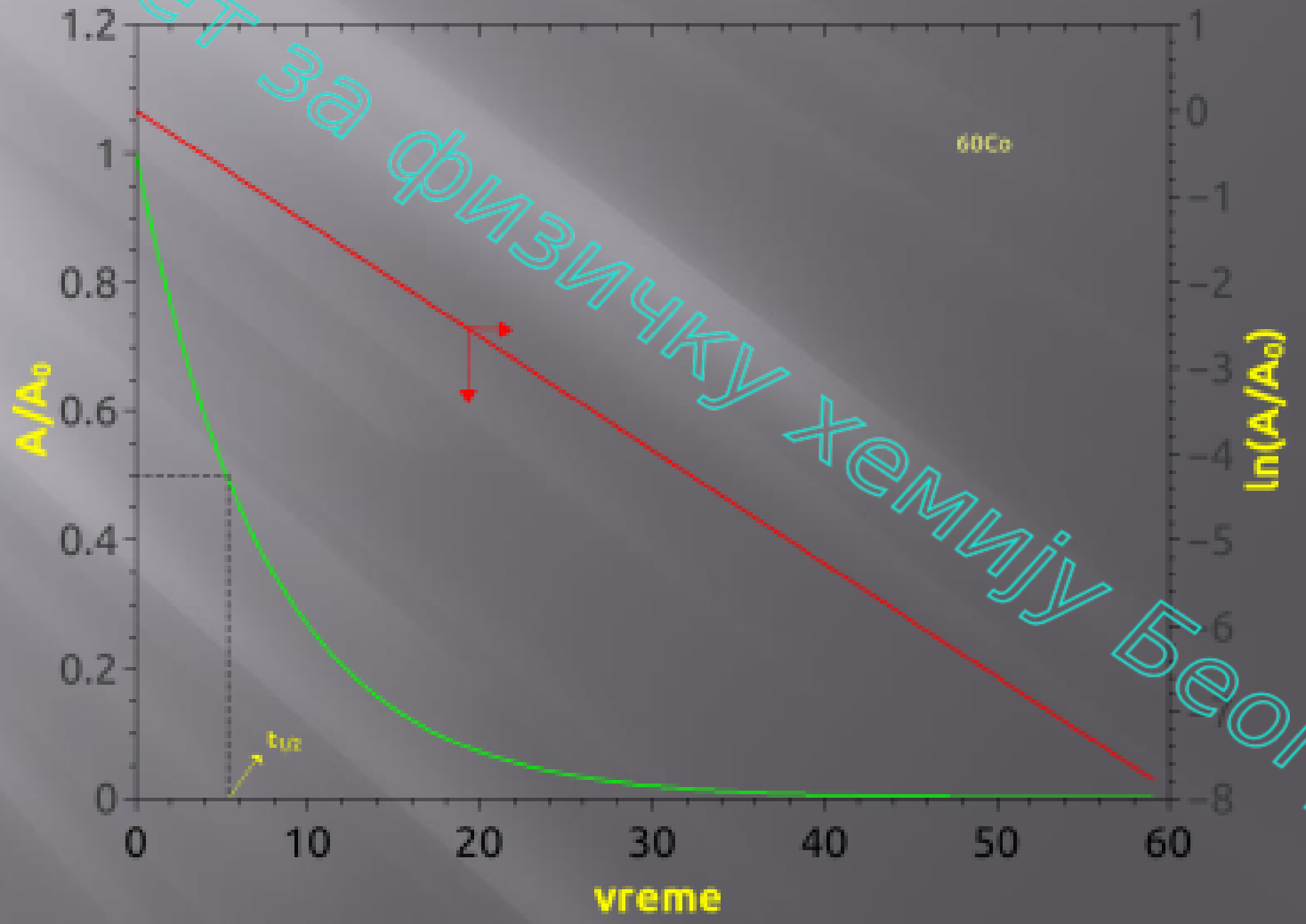
- Већа једница је Кири (Ci) чија вредност износи

$$1\ Ci = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ распада/s$$

- Раније се 1 Ci дефинисао као активност 1 g ^{226}Ra
- Специфична активност има јединице распад/g s

Факултет за физичку хемију Београд

Одређивање времена полураспада (прост распад)

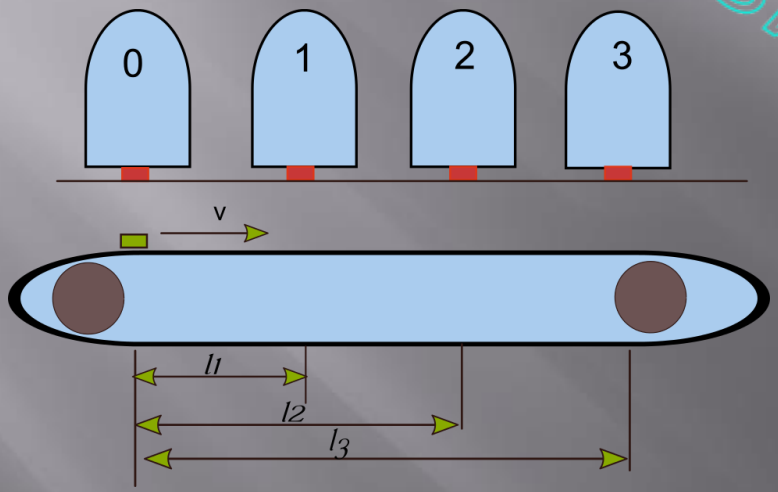


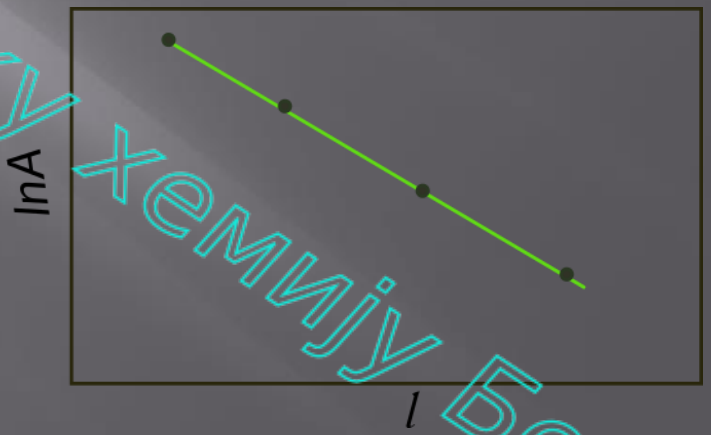
Факултет за физичку хемију Београд

$$lnA = lnA_0 - \lambda t$$

$$t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda}$$

- Случај веома кратких времена полураспада





$t=l/v$

Факултет за физичку хемију Београд

Случај дугоживећих изотопа (5-10^9 година)

- Помоћу одређивања апсолутних активности

Погодна за одређивање $t_{1/2}$ радионуклида који улазе у састав елемената присутних у природи (нпр ^{40}K).

- Калориметријски метод (уколико су познате енергије **ε** честица које радионуклид емитује)

Апсолутна активност се одређује на основу енергије E предате материјалу калориметра у току времена Δt

$$A = \frac{E/\Delta t}{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N$$

$$\lambda = \frac{A}{N}$$

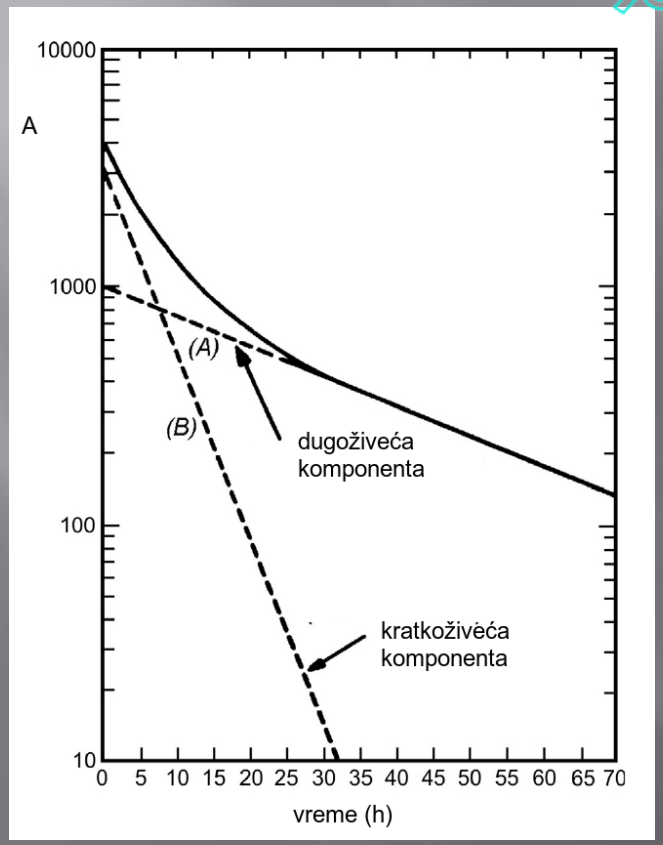
Факултет за физичку хемију Београд

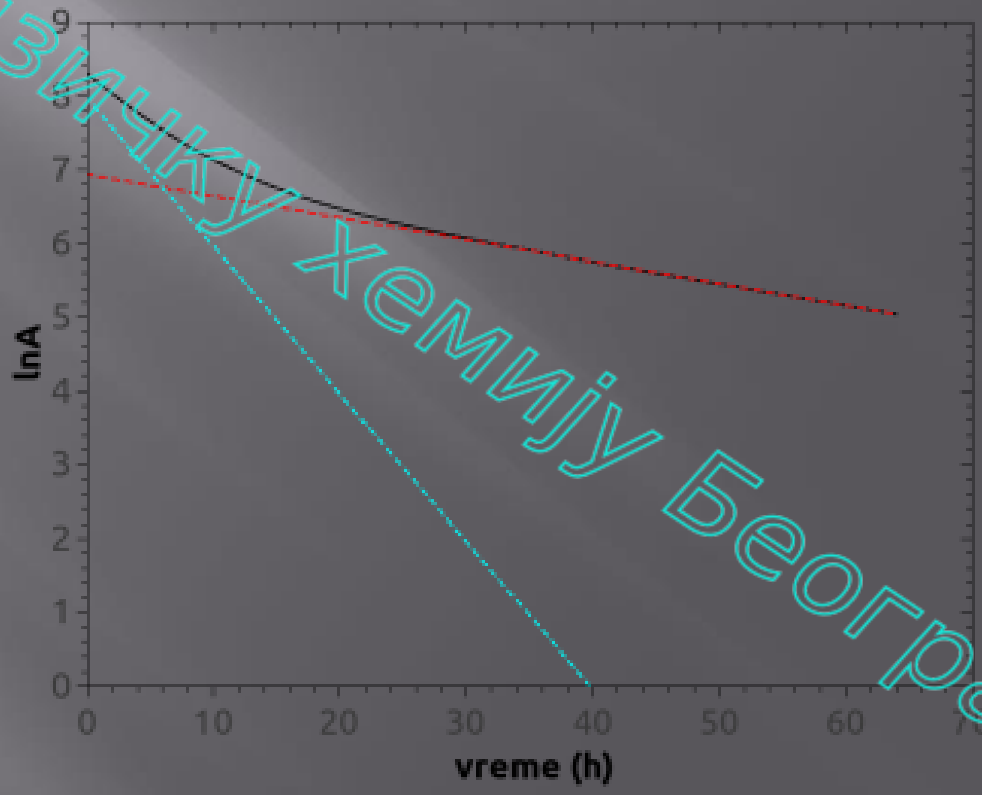
Распад у смеши генетски независних нуклида

$$A_1 = A_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_2 = A_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$A = A_1 + A_2$$

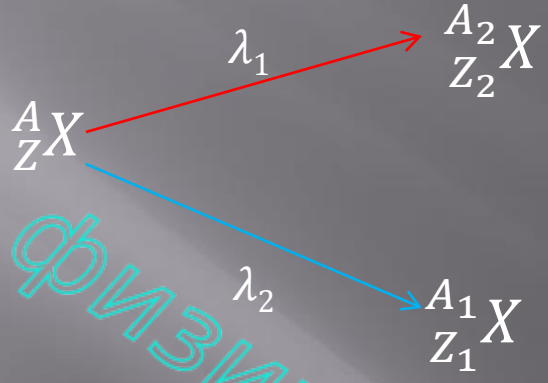




Факултет за физичку хемију Београд

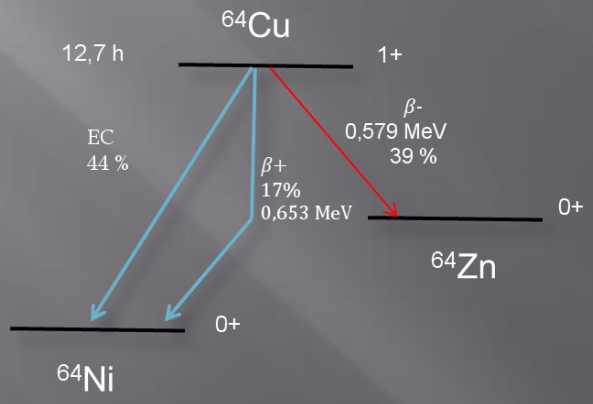
Распад са гранањем

Факултет за физичку хемију Београд



Мери се само $\lambda_{укупно} = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots$

$$A = A_0 e^{-\lambda_{укупно} t}$$



$\lambda_{EC}=0,44\lambda_{ukupno}$

$\lambda_{\beta+}=0,17\lambda_{ukupno}$

$\lambda_{\beta-}=0,39\lambda_{ukupno}$

Узастопни распади –општи случај

$$X_1 \xrightarrow{\lambda_1} X_2 \xrightarrow{\lambda_2} X_3 \xrightarrow{\lambda_3} \dots$$

$$N_1 = N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \qquad -\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1 = A_1$$

$$N_2 = N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \qquad \frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

Множењем обе стране једначине са $e^{\lambda_2 t}$ *добија се*

$$\frac{dN_2}{dt} e^{\lambda_2 t} + \lambda_2 N_2^0 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_1^0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t}$$

$$\frac{d}{dt}[N_2 e^{\lambda_2 t}] = \lambda_1 N_1^0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t}$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \int \lambda_1 N_1^0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t}\, dt = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} N_1^0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t} + C$$

константу C добићемо када као почетни услов узмемо да је $t = 0$. *Тада је* $N_2 = N_2^0$ *па за C добијамо*

Факултет за физичку хемију Београд

$$C = N_2^0 - \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} N_1^0. \quad \textit{Заменом у претходну једначину добија се}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

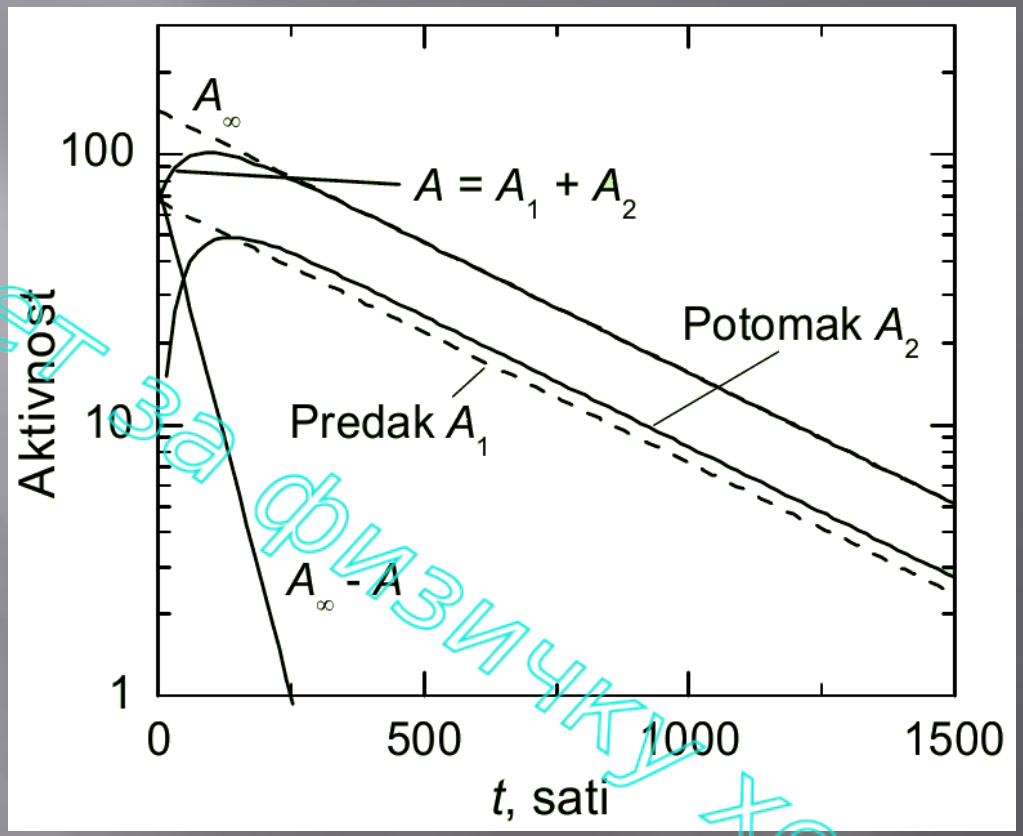
Ако је у времену $t = 0$ *и* $N_2^0 = 0$ *једначина се своди на*

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Факултет за физичку хемију Београд

- Привремена равнотежа $\lambda_1 < \lambda_2$
- После довољно дугог времена $e^{-\lambda_2 t} \ll e^{-\lambda_1 t}$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1$$



$$A = A_1 + A_2 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Када је $t >> t_{1/2}$ $A = A_\infty$ и $e^{-\lambda_2 t} \ll 1$

$$A_\infty = A_1 + A_2 = \left(\lambda_1 N_1^0 + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0\right) e^{-\lambda_1 t}$$

$$lnA_\infty = D - \lambda_1 t$$

Факултет за физичку хемију Београд

$$A_\infty - A(t) =$$

$$= \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} - -N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$- \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$A_\infty - A(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\ln(A_\infty - A) = D_1 - \lambda_2 \mathrm{t}$$

Факултет за физичку хемију Београд

Секуларна равнотежа

- $\lambda_1 << \lambda_2 \Longmapsto N_1 = N_1^0 e^{-\lambda_1 t} = N_1^0 \quad e^{-\lambda_1 t} \approx 1$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1 \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$A_1 = \lambda_1 N_1^0 \approx A_1^0$$

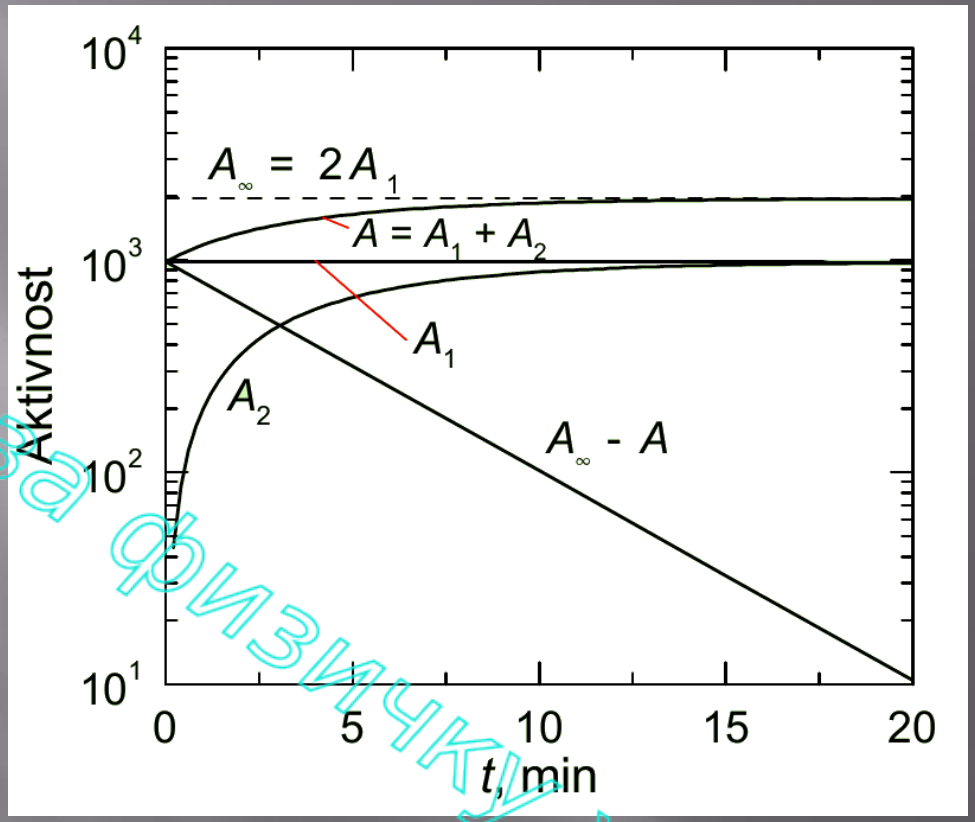
$$A_2 = \lambda_2 N_2 = \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0 \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Када је t>10 $t_{1/2}$

$$A_2 = A_1^0 = A_1$$

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \cdots$$

Факултет за физичку хемију Београд



$$A = A_1 + A_2 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) = \lambda_1 N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

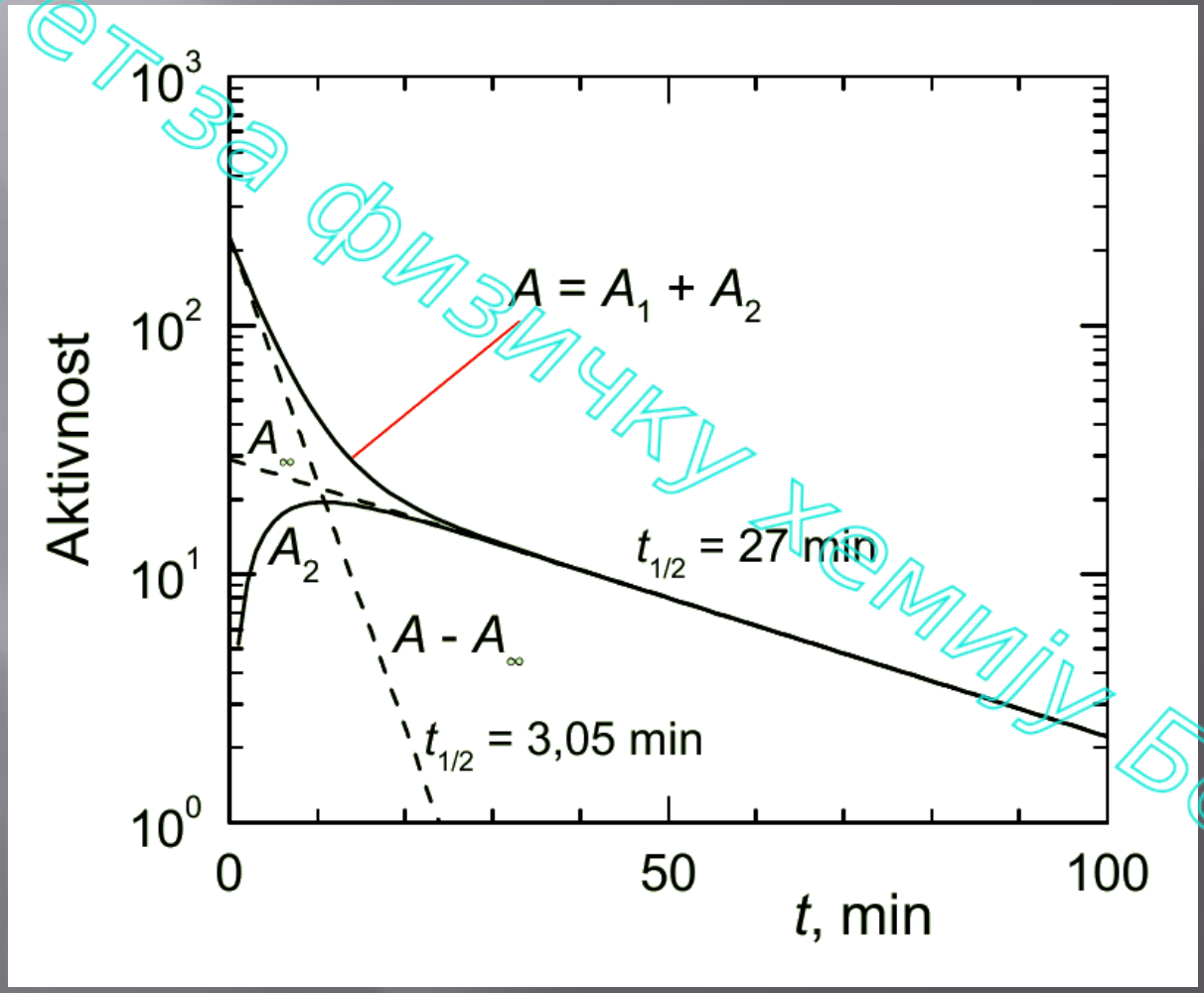
$$A_\infty = A_1 + A_2 = \left(\lambda_1 N_1^0 + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2} N_1^0\right) e^{-\lambda_1 t} = 2\lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_\infty - A = 2A_1 - (A_1 + A_2) = A_1 - A_2 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$\ln(A_\infty - A) = lnA_0 - \lambda_2 t$$

Факултет за физичку хемију Београд

Случај непостојања равнотеже



Факултет за физичку хемију Београд