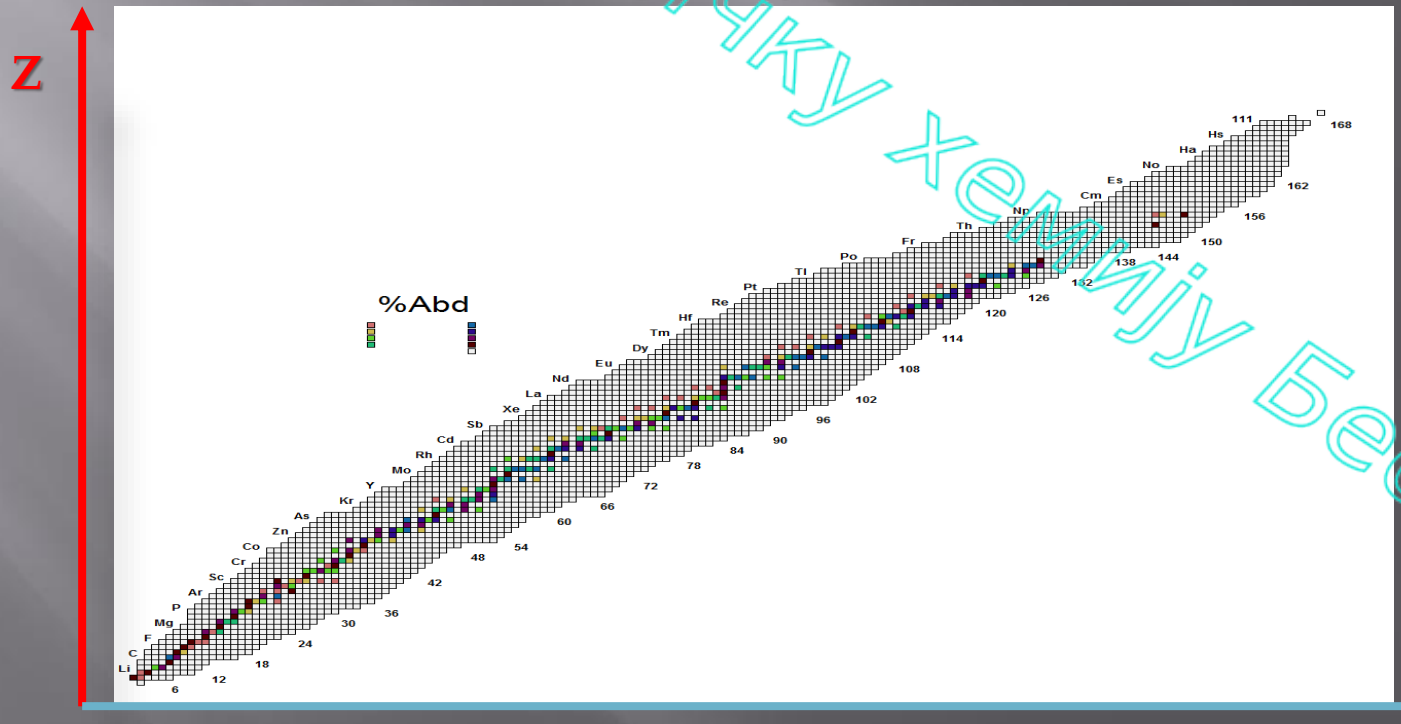
ОСОБИНЕ И МОДЕЛИ АТОМСКОГ ЈЕЗГРА

Факултет за физичку хемију Београд

Дистрибуција стабилних нуклида

N	*парно*	*непарно*	*парно*	*непарно*
Z	*парно*	*парно*	*непарно*	*непарно*
број	*160*	*53*	*49*	*4*

Стабилни непарно-непарни нуклиди: ^{2}H, ^{6}Li, ^{10}B, ^{14}N, (^{50}V)



Факултет за физичку хемију Београд

Енергија везе језгра

- Разлика између стварне масе језгра и збира маса свих нуклеона који га чине, изражена преко енергије, назива се ***укупна енергија везивања*** $B_{tot}(A,Z)$

$$B_{tot}(A,Z) = [ZM(p) + (A-Z)M(n) - M(A,Z)]c^2$$

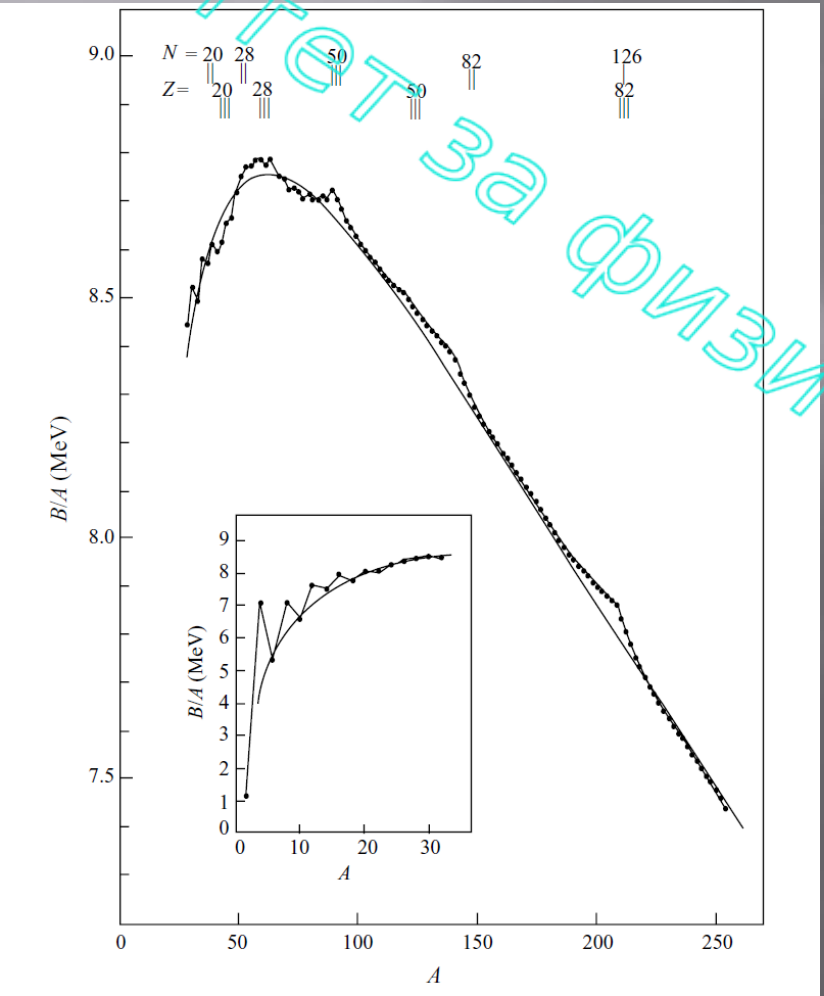
- Средња енергија везивања по нуклеону

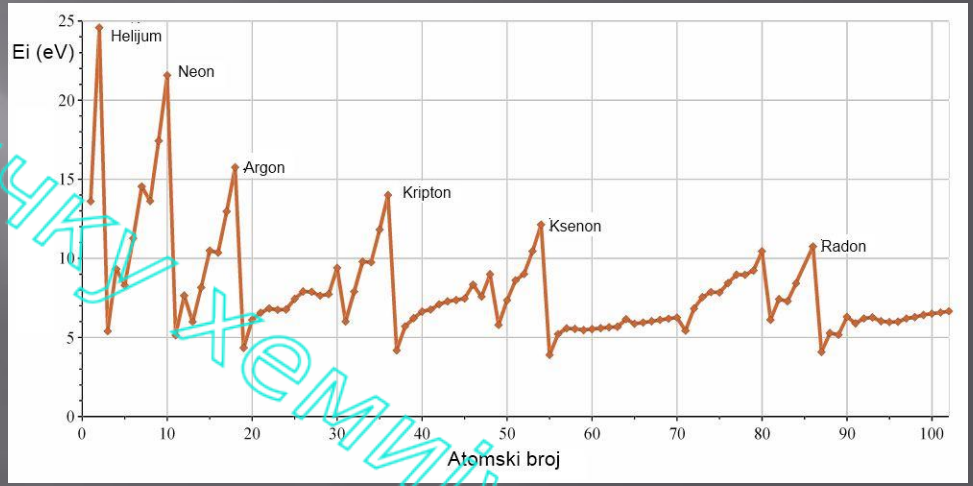
$$B_{av}(A,Z) = \frac{B_{tot}(A,Z)}{A}$$

је ***мера релативне стабилности језгра***

Факултет за физичку хемију Београд

Енергија везивања по нуклеону у функцији A





B_{av} за већину језгара износи 7,5-8,8 MeV

Факултет за физичку хемију Београд

Зависност B_{av} од A указује да

- Интеракција (сила) између нуклеона показује засићење и кратког је домета
- Постоје посебно стабилне нуклеонске конфигурације сличне електронским код инертних гасова
- Пад B_{av} при вишим вредностима A последица је повећања утицаја Кулоновског одбијања међу протонима

Факултет за физичку хемију Београд

Енергија везе језгра (2)

- Енергија издвајања честице из језгра (нпр. неутрона)

$S_n = [M(A-1,Z) + M(n) - M(A,Z)]c^2$ или

$$S_n = [B_{tot}(A-1,Z) - B_{tot}(A,Z)]$$

$$S_n = [M(A-1,Z) + M(n) - M(A,Z)]c^2$$

За ^{236}U

$$S_n = [M_{235_U} + M_n - M_{236_U}]c^2$$
$$= 40.914 + 8.071 - 42.441$$
$$= 6.544 \text{ MeV}$$

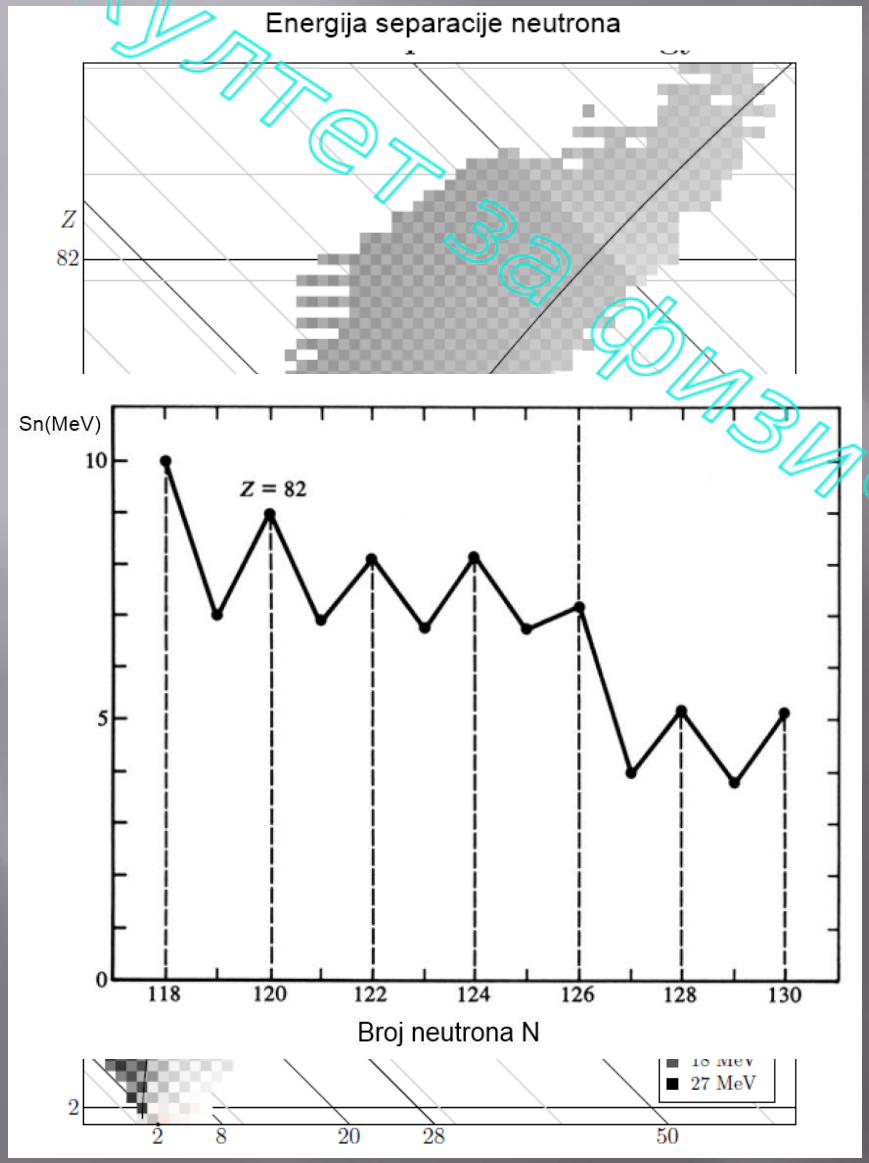
За ^{239}U

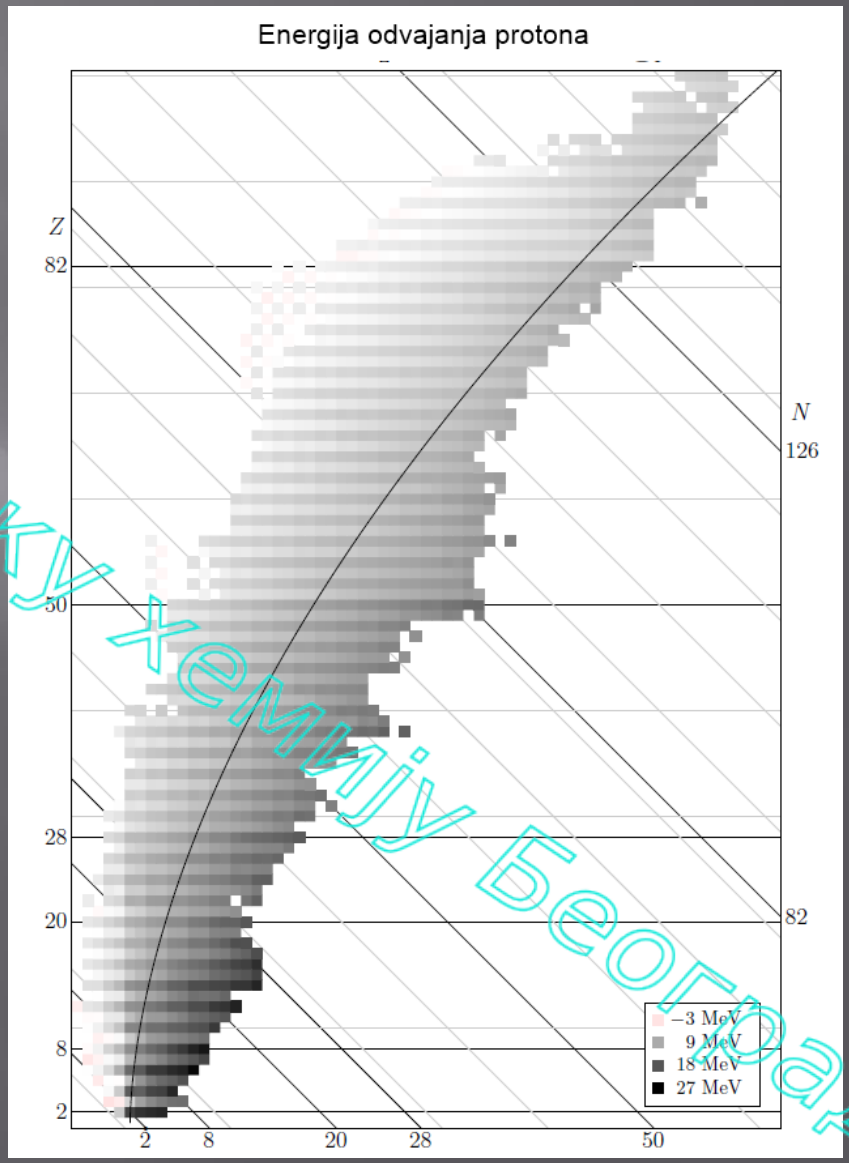
$$S_n = [M_{238_U} + M_n - M_{239_U}]c^2$$
$$= 47.304 + 8.071 - 50.596$$
$$= 4.779 \text{ MeV}$$

Факултет за физичку хемију Београд

Сепарациона енергија нуклеона

Факултет за физичку хемију Београд





- Најобилнији нуклиди у природи су они са магичним или двоструко магичним бројевима (не узимајући обзир језгра са A<19)

$$^{16}_{8}O_{8},\ ^{88}Sr_{50},\ ^{138}Ba_{82},\ ^{208}_{82}Pb_{126}$$

- Број стабилних нуклида у околини магичних бројева

Област око магичног броја Z	Магични број -1	Магични број	Магични број+1
Калцијум (20)	$_{19}$K: 2	$_{20}$Ca: 6	$_{21}$Sc: 1
Калај (50)	$_{49}$In: 2	$_{50}$Sn: 10	$_{51}$Sb: 2
Олово (82)	$_{81}$Tl: 2	$_{82}$Pb: 4	$_{83}$Bi: 1

- **Ефикасни пресек за апсорпцију неутрона (σ)**
  - **N=магични број -1 → високо σ**
  - **N=магични број → ниско σ**

$^{88}_{38}Sr_{50}$	$5{,}8\cdot10^{-3}$ barn
$^{87}_{38}Sr_{49}$	16
$^{136}_{54}Xe_{82}$	0.16 barn
$^{135}_{54}Xe_{81}$	$2{,}65\cdot10^{6}$

Факултет за физичку хемију Београд

Сепарационе енергије нуклеона указују да

- S_n је веће за језгра која садрже паран број неутрона него за она са непарним
- S_n је веће за језгра која садрже паран број протона него за она са протона
- Парно-парна језгра су стабилнија од осталих
- Најнестабилнија су непарно-непарна језгра

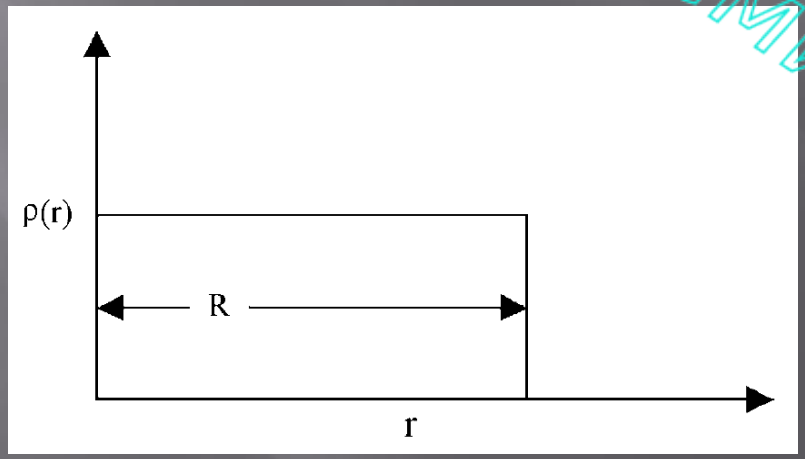
↓

У језгру постоји спаривање само између истог типа честица

Факултет за физичку хемију Београд

Радијус и густина језгра

- Димензије неколико фемтометара (1fm=10^{-15} m)
- $R = r_0 A^{1/3}$ r_0 {r_c≈1,2 fm, r_m=1,4 fm}
- $\rho(A) = \frac{M}{V} \approx \frac{A}{4\pi R^3} \approx 2 \cdot 10^6 \frac{kg}{mm^3}$ (0,14 нуклеона/fm^3)
- Прва апроксимација – језгро као сфера са униформном густином која пада на нулу на ивици језгра (модел билијарске кугле).

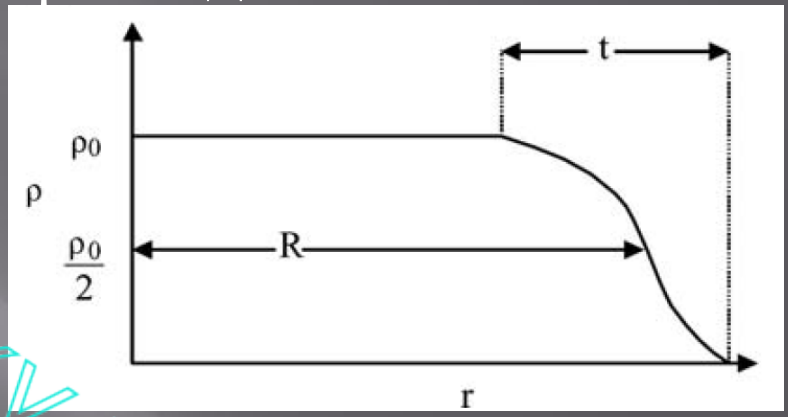


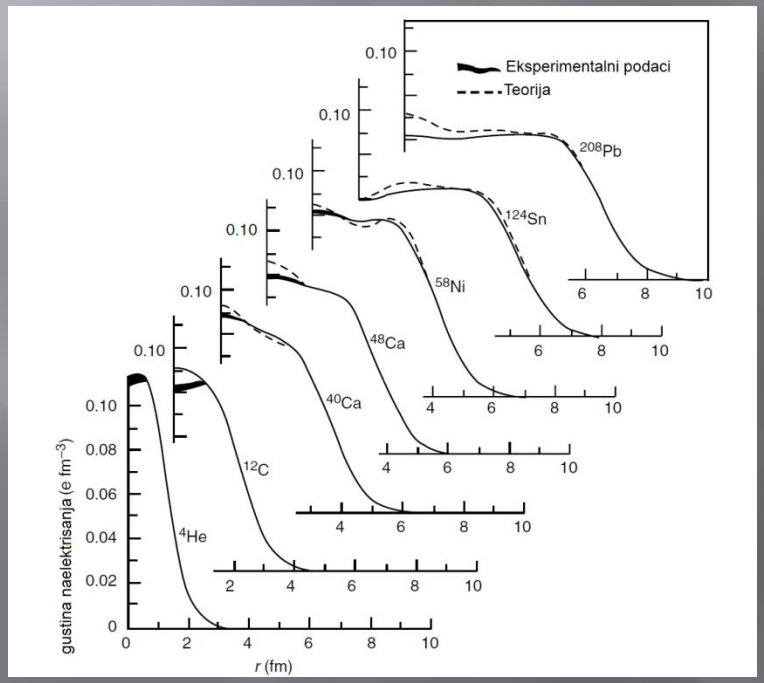
Факултет за физичку хемију Београд

Радијус и густина језгра (2)

- модел 2. Дистрибуција густине у језгру апроксимирана Фермијевом расподелом

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$





Језгро	Фракција нуклеона у омотачу језгра
^{12}C	0,90
^{24}Mg	0,79
^{56}Fe	0,65
^{107}Ag	0,55
^{139}Ba	0,51
^{208}Pb	0,46
^{238}U	0,44

Факултет за физичку хемију Београд

Спин језгра

- Нуклеони имају спин ½ (фермиони) што је закључено из мерења магнетног момента.
- Спин је инхерентна особина елементарних честица и није последица никавог „обртања честице око своје осе“ и поседују је и ненаелектрисане честице
- Нуклеони се састоје од мањих елементарних честица-кваркова који такође имају спин и чија сума чини да неутрон има спин.
- Спин језгра је сума спинова појединачних нуклеона, водећи рачуна о правилу спаривања и Паулијевом принципу.

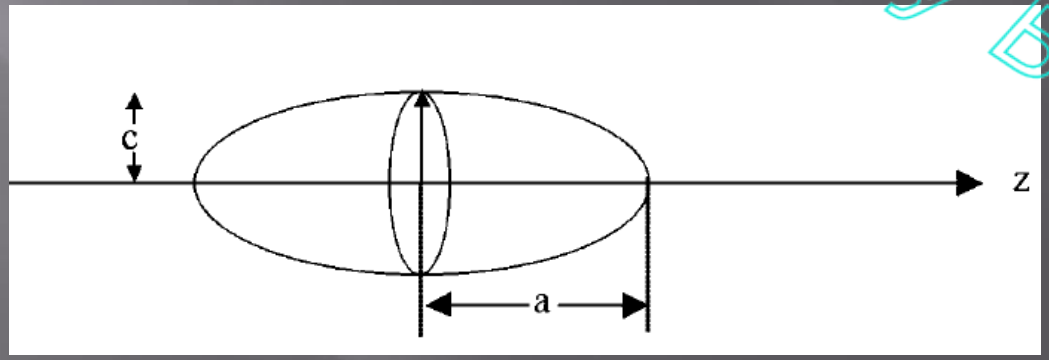
Факултет за физичку хемију Београд

Квадруполни електрични момент језгра

- Електрични моменти представљају дистрибуцију наелектрисања унутар језгра
- У језгру због особина дистрибуције густине наелектрисања може да постоји само квадруполни момент

$$Q = \int\int\int r^2 \rho(r)\left(\tfrac{3}{2}\cos^2\theta - \tfrac{1}{2}\right) r^2 dr \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

- Q=0 за сферно симетрична језгра
- Q≠0 за остала језгра, Q>0 облик елипсоида, Q>0 облик палачинке

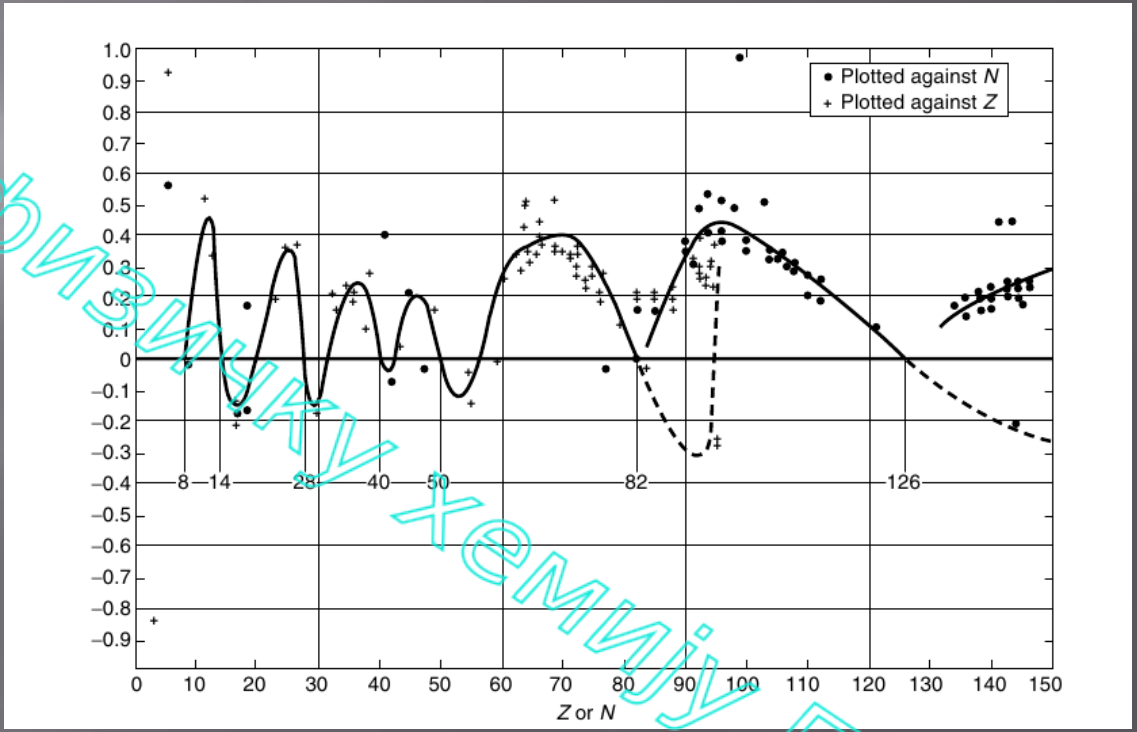


Факултет за физичку хемију Београд

Квадруполни електрични момент и облик језгра

$$Q = \frac{2}{5} Ze(a^2 - c^2)$$

$$R^2 = \frac{1}{2}(a^2 + c^2) = (r_0 A^{1/3})^2$$



a/c>1 облик елипсоида
a/c<1 облик диска (палачинке)

Факултет за физичку хемију Београд

Историјат модела језгра

- J. J. Thompson plum pudding model
- Rutherford – позитивно наелектрисање је сконцентрисано у центру атома у простору радијуса 10-14 m.
- Језгро састављено од протона
- Откриће неутрона (Chadwick 1932)
- Модел течне капи (Гамов 1928, von Weizsäcker 1935.)
- Модел љуске (Wigner, Goeppert-Mayer, Jensen 1949.)

Факултет за физичку хемију Београд

МОДЕЛ	Експериментални подаци који га подржавају
Модели независне честице	
• Модел љуске (1949)	Јегра са магичним бројевима
• Модел независне честице (’50)	Систематика квантних бројева нуклеона
• Модел Фермијевог гаса (’50)	Угаони моменти језгра и парности
	Шмитове границе
Колективни модели	
•Модел течне капи (’30)	Константна густина материје у језгру
•Модел сложеног језгра (’30)	Сатурација нуклеарних сила
•Колективни модел (’50)	Ефекти “површинског напона”
•Модел капљица (’60)	Зависност радијуса језгра од А
•Модел решетке (’80)	Фазни прелази експеиментима са тешким јонима
Кластерски модели	
Модел кластера α честица (’30)	Алфа распад
•Модел сферона (’60)	Необична стабилност језгара A=4n
•2Д Исингов модел (’75)	Заступљеност 4n кластера код фрагментације језгара
Модел интерагујућих бозона (’80)	Ефекти спаривања нуклеона
Кварк модели (’80)	Особине нуклеарних сила

Факултет за физичку хемију Београд

Модел течне капи

- Заснован на аналогним особинама јегра и капи течности
  - Нестишљивост и хомогеност [ρ(r), Z(r)=const, запремина пропорционална броју честица)
  - Сила између честица не зависи од њихове природе

    $$F_{pp}=F_{pn}=F_{nn}$$
  - Силе су кратког домета и имају показују засићење
  - Површински напон
  - Статистичка расподела енергије ексцитације (упадна честица) и деексцитације (производи реакције)

Факултет за физичку хемију Београд

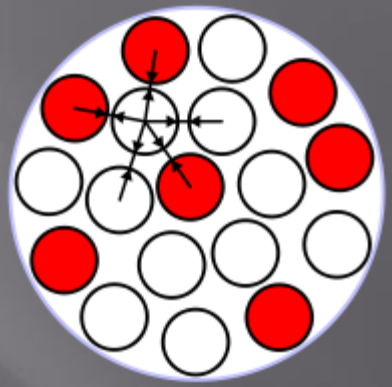
Модел објашњава

- Понашање неких језгара у побуђеном стању
- Стабилност у изобарним серијама
- Постојање одређених стања вибрација језгра која доводе до његовог распада фисијом.
- Даје основу за израчунавање енергије везе нуклеона у језгру

Факултет за физичку хемију Београд

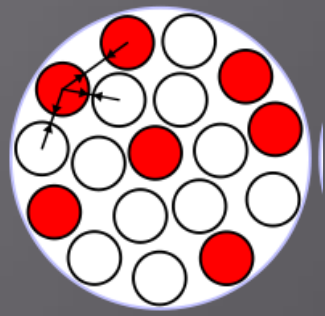
Weizsäcker-ова (1935) (Bethe-Weizsäcker) полуемпиријска формула

- $B_{tot}(A,Z) = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm \delta$
- $a_V A$ запремински члан; a_V представља енергију везе између нуклеона у унутрашњости и његових суседа.

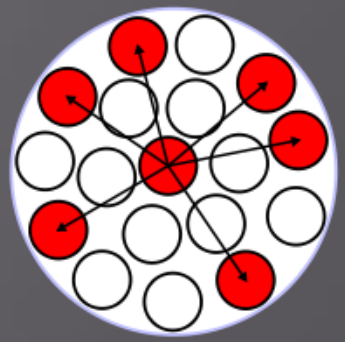


Факултет за физичку хемију Београд

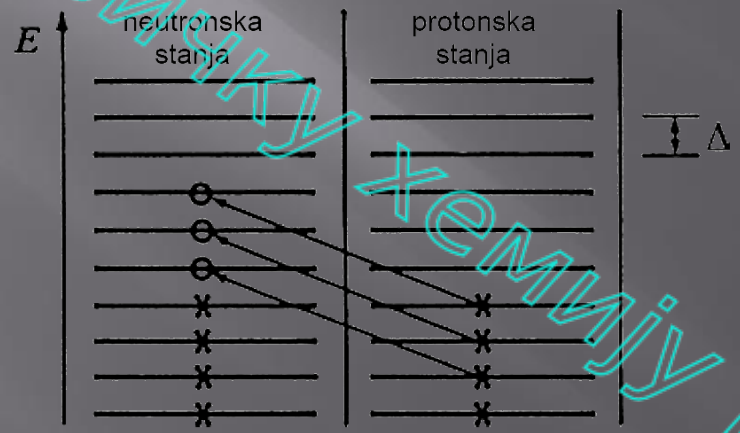
- *Површински члан* $a_S A^{\frac{2}{3}}$
  - $S = 4\pi R^2, R \propto r_0 A^{\frac{1}{3}},\ S \propto A^{\frac{2}{3}}$

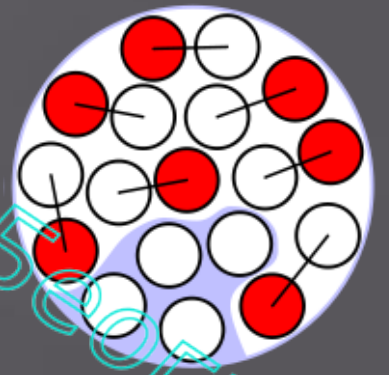


- *Енергија кулоновске интеракције*
  - Електростатичка енергија одбијања између протона:
  - $\mathrm{E}_C = \frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R} = \frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{A^{1/3}r_0} = a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}$



- *Енергетска асиметрија*
- Разлика у енергијама између језгара са истим A али различитим бројем протона и неутрона





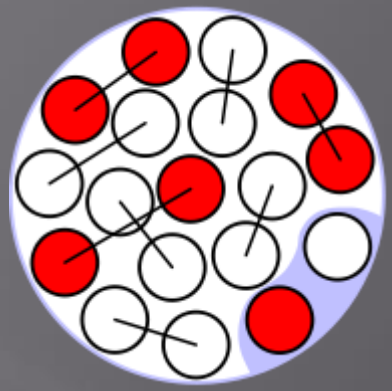
$$\mathrm{E}_A = q^2\ \Delta = \frac{(N-Z)^2\Delta}{4}, \qquad \Delta \propto \frac{1}{A},$$

$$\mathrm{E}_A = \frac{(N-2Z)^2}{4A^{1/3}}$$

Факултет за физичку хемију Београд

- *Енергија спаривања,* δ

$$\delta = \begin{cases} 0, A \text{ непарно} \\ +, \text{за парно} - \text{парна језгра} \\ -, \text{за непарно} - \text{непарна језгра} \end{cases}$$

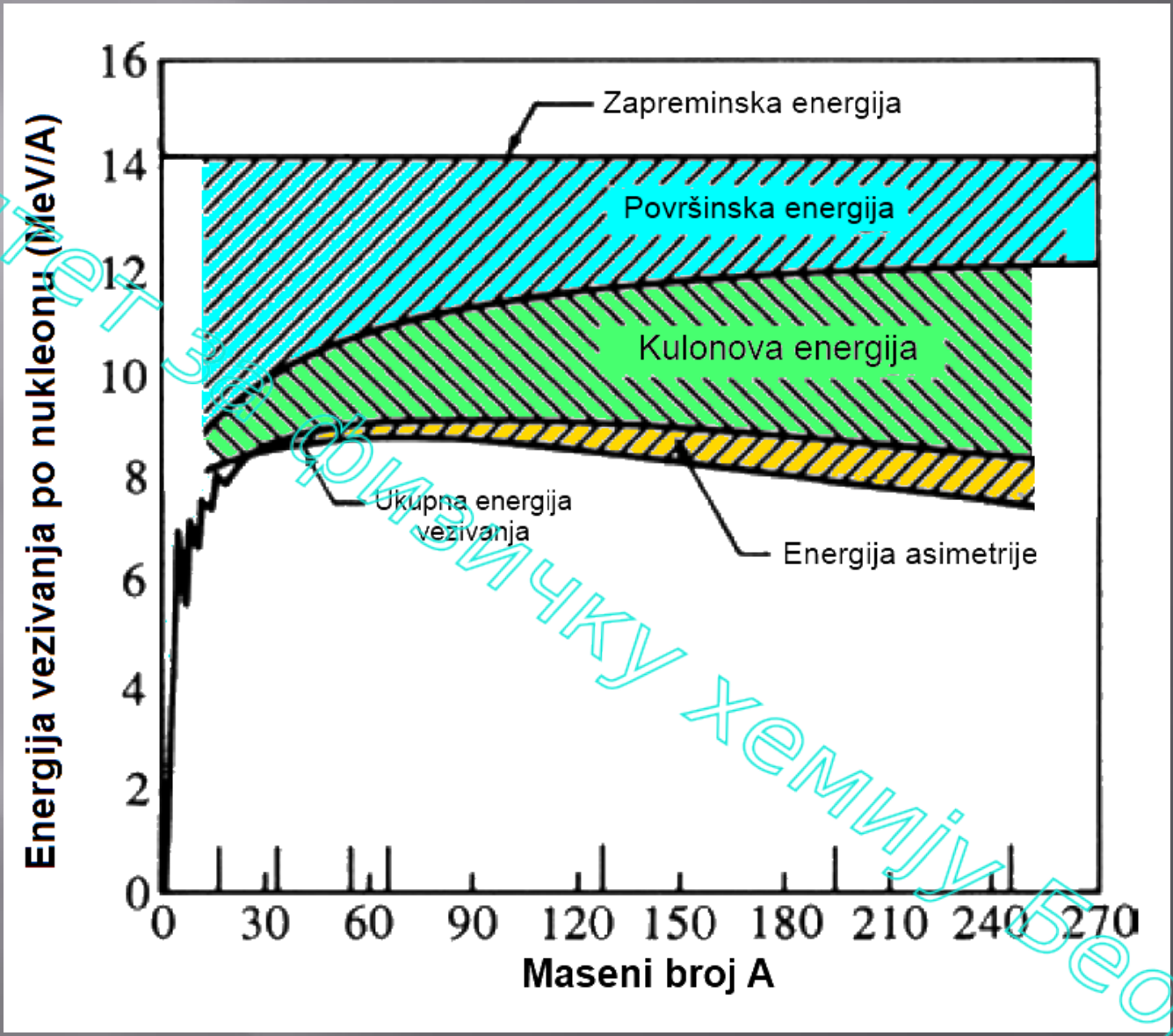


a_V	15,56 MeV
a_s	17,23
a_C	0,7
a_A	23,285
a_p	$11/A^{1/2}$

- Mayers-Swiatecky (1966)

$$BE_{\text{tot}}(Z,A) = c_1 A\left[1 - k\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2\right] - c_2 A^{2/3}\left[1 - k\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2\right] - \frac{c_3 Z^2}{A^{1/3}} + \frac{c_4 Z^2}{A+\delta}$$

Факултет за физичку хемију Београд



$$B_{tot}(A,Z) = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm \delta$$

Факултет за физичку хемију Београд

Примене/предикције полуемпиријске формуле

- Израчунавање радијуса језгра помоћу енергија везивања огледалских језгара, нпр. $^{31}P_{16}$ и $^{31}S_{15}$
  - $\Delta B = B(Z,N) - B(N,Z) = a_c A^{1/3} (N^2 - Z^2) = a_c A^{2/3}$
  - $R = r_0 A^{1/3}$
  - $a_c = 3/5 (e^2/r_0)$

  $r_0 = 3/5 (e^2/\Delta B) A^{2/3}$

- Предвиђање стабилности у изобарским серијама

Факултет за физичку хемију Београд

$$B_{tot}(A,Z) = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \left(A - 4Z + 4\frac{Z^2}{A} \right)$$

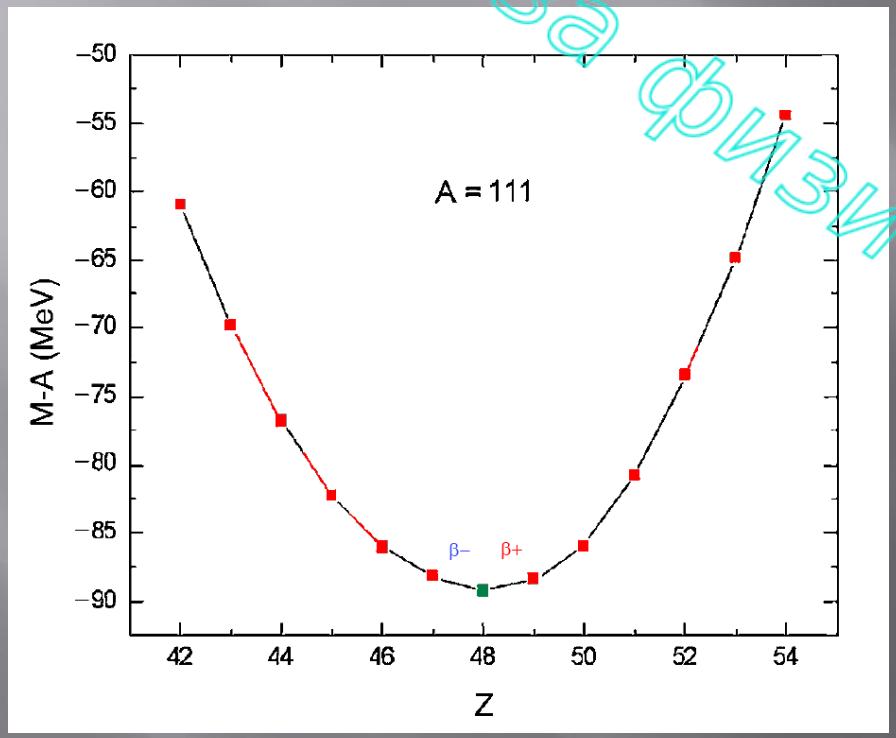
- $M(A,Z) = [ZM(p) + (A-Z)M(n) - B_{tot}(A,Z)]$
- $M = A\left[M(n) - a_V + \frac{a_S}{A^{\frac{1}{3}}} + a_a\right] + Z[M(p) - M(n) - 4Za_a] + Z^2\left(\frac{a_C}{A^{1/3}} + \frac{4a_0}{A}\right)$
- A=*const*
- $M = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2$
- $\left(\frac{\partial M}{\partial Z}\right) = \beta + 2\gamma Z = 0$
- $Z_A = -\frac{\beta}{2\gamma} = -\frac{M(p) - M(n) - 4a_a}{2\left(\frac{a_C}{A^{1/3}} + \frac{4a_a}{A}\right)}$

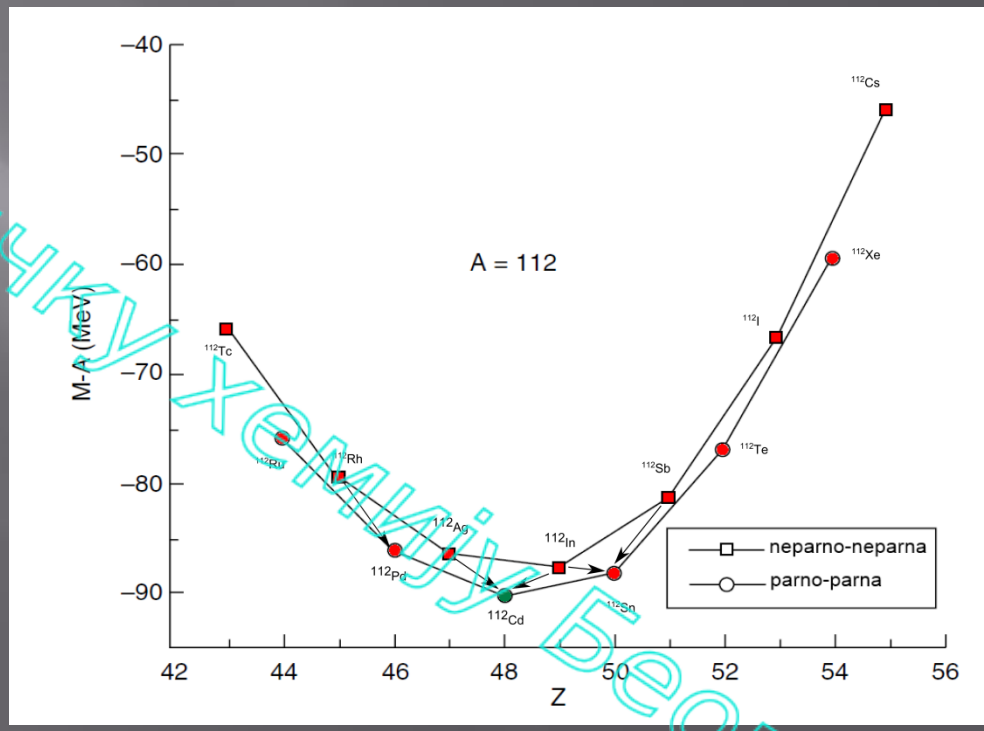
Факултета физичку хемију Београд

$$\frac{Z_A}{A} \sim \frac{1}{2}\frac{81}{80+0{,}6A^{2/3}}$$

$$A \to 0,\ \frac{Z_A}{A} \sim \frac{1}{2}$$

Велико A $\frac{Z_A}{A} < \frac{1}{2} \approx 0{,}4$



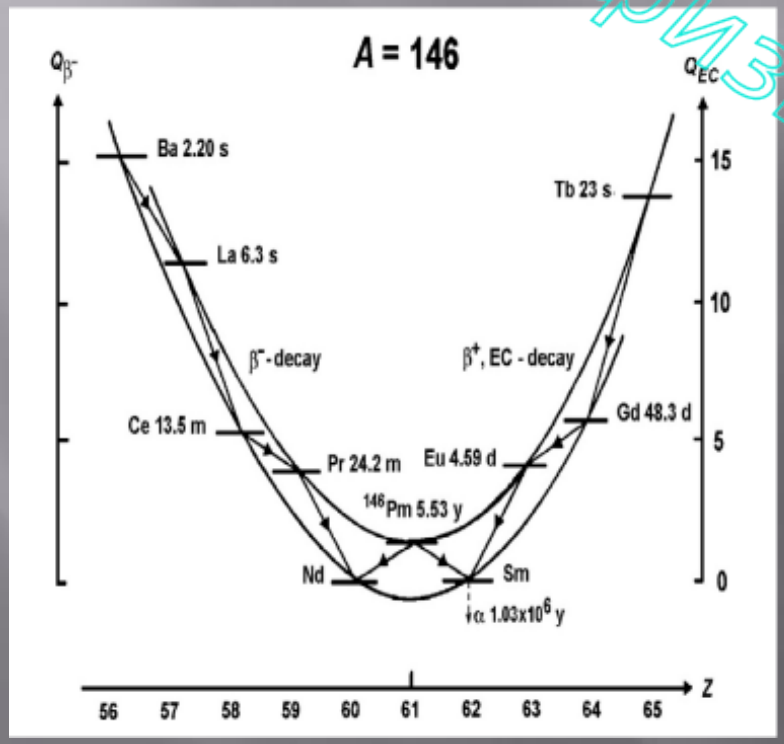


Факултет за физичку хемију Београд

Недостајући елемент Pm (Z=61)

$$Z = 2A/[4 + (a_c/a_a)A^{2/3}]$$

(Z=43, A=146)

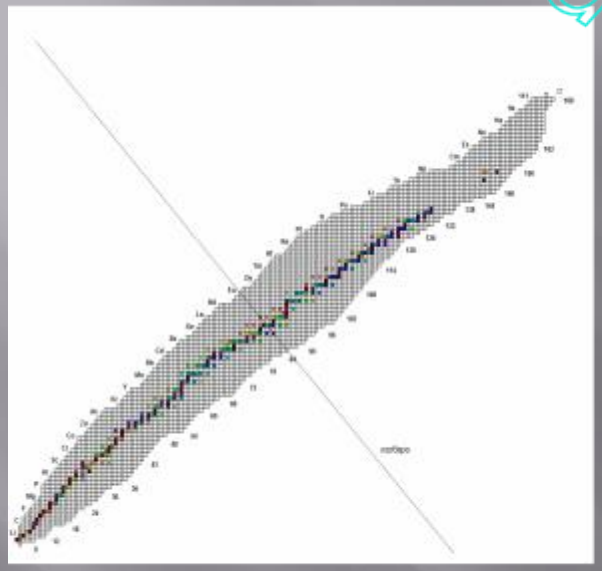


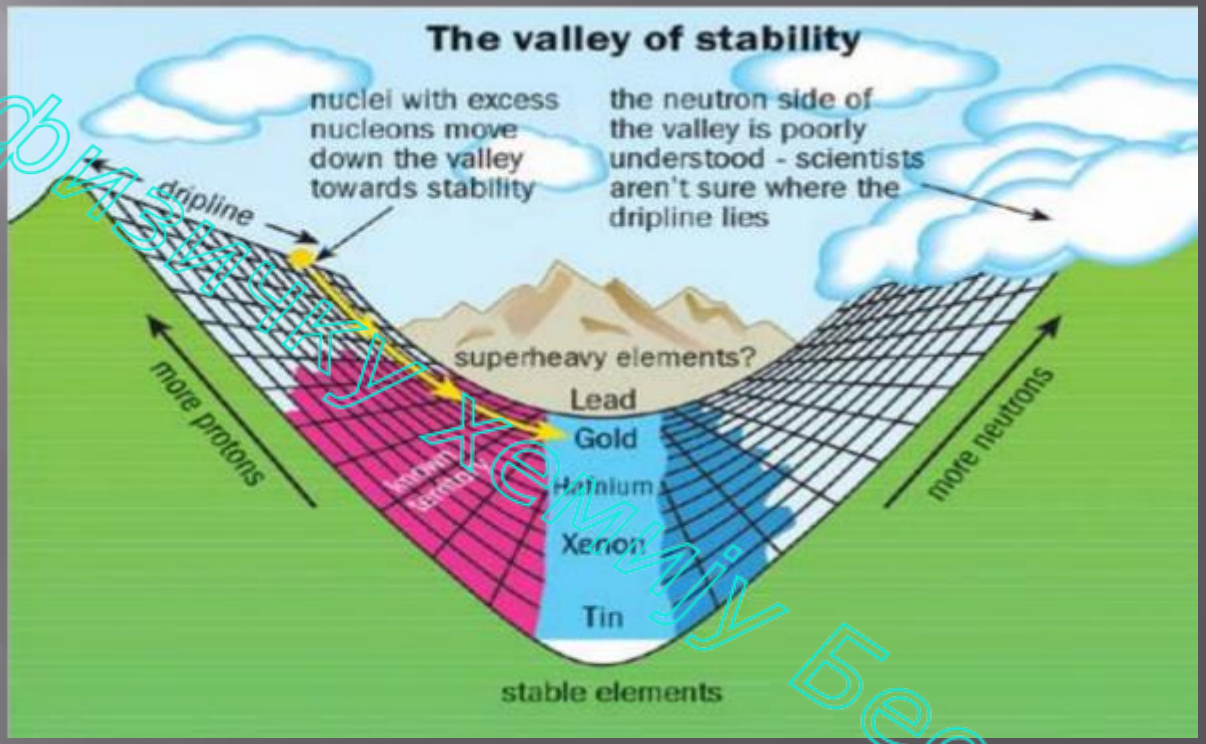
A=145, најстабилнији је Z=^{145}Nd, ^{145}Pm($t_{1/2}$=17, 7 y)

A=147, најстабилнији је Z=^{147}Sm, ^{145}Pm($t_{1/2}$=2,62 y)

Факултет за физичку хемију Београд

β-долина стабилности





Факултет за физичку хемију Београд

Шта не може да објасни модел течне капи?

- Особине језгара са малим бројем нуклеона
- Магичне бројеве
- Енергије честица емитованих при радиоактивном распаду
- Магнетни момент језгра

Факултет за физичку хемију Београд

Особине нуклеарних сила

- Кратак домет
- Показују сатурацију
- На веома кратким растојањима (≤0,5 fm) имају одбојни карактер
- Зависност од спина
- Независност од наелектрисања

Факултет за физичку хемију Београд

Модел љуске

- *Mainstream* модел
- Многе колективне и појединачне особине атомског језгра могу се предвидети ако се претпостави да се нуклеони који се крећу у потенцијалној јами (сличан третман као за електроне у атому). Али…
- облик потенцијалне је различит од оне за електроне и немогуће га је тачно фомулисати због тога што не познајемо облик нуклеарних сила.
- О њима знамо:
- Кратког су домета ~1 fm
- Показују сатурацију
- Тенденција да се протони налазе углавном у централном делу језгра

Факултет за физичку хемију Београд

Шта можемо сазнати из особина најлакших језгара

- A=1 ^{1}H s=1/2, $_{0}^{1}n$ $t_{1/2} \approx 10$ min
- A=2 ^{2}H s=1 2n 2p
- A=3 ^{3}H s=1/2 ^{3}He s=1/2 3Li 3n
- A=4 ^{4}He s=0
- ~~A=5~~
- A=6 ^{6}He s=0, ^{6}Li s=1

Факултет за физичку хемију Београд

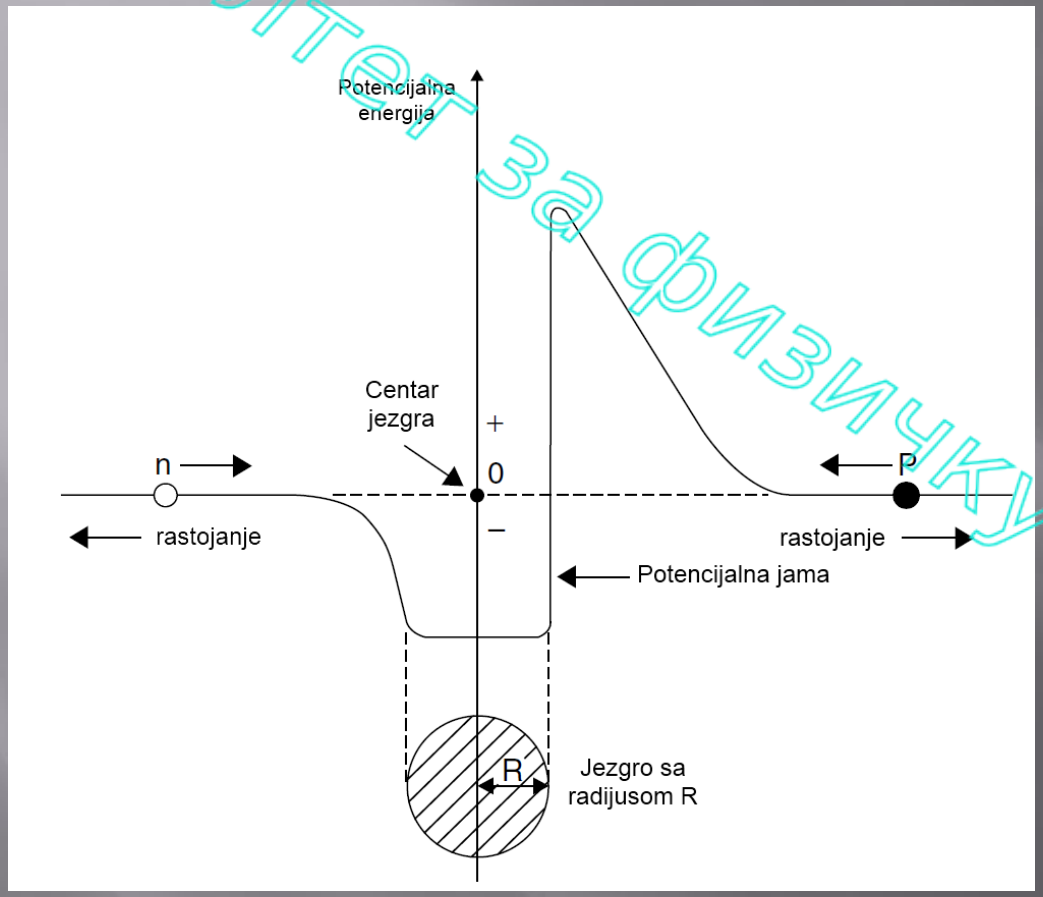
+ особине нуклеарних сила

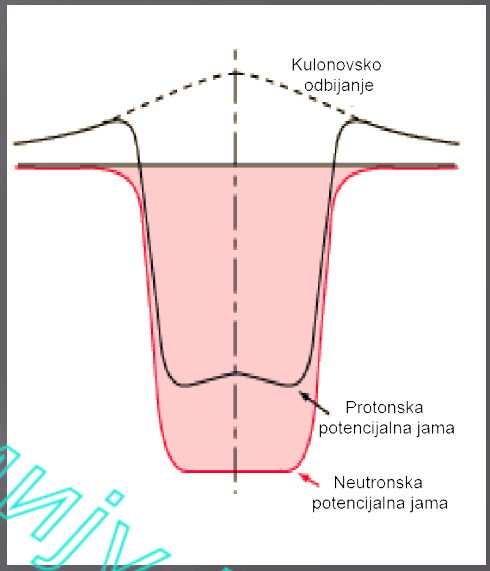
- Симетрична језгра (са истим бројем протона и неутрона су фаворизована (бар код лакших језгара)
- Нуклеарна сила зависи од међусобне оријентације спинова нуклеона-фаворизована је паралелна оријентација различитих нуклеона
- Постоји спаривање између спинова истородних нуклеона

Факултета за физичку хемију Београд

Какав треба да је облик потенцијалне јаме?

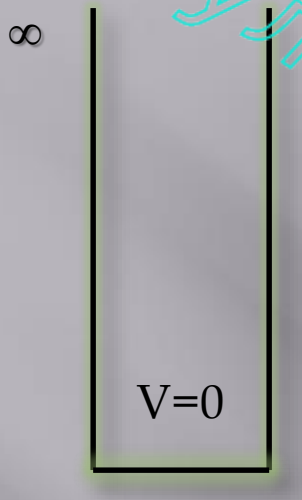
Факултет за физичку хемију Београд



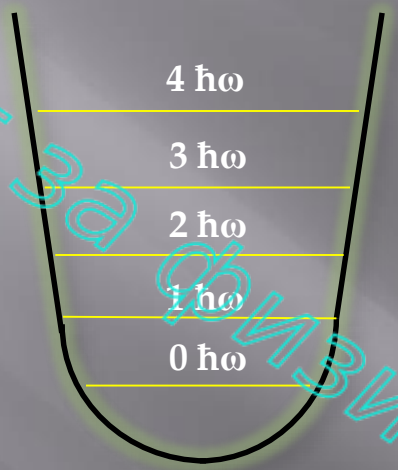


- *Посебне потенцијалне јаме за протоне и неутроне*

Апроксимације облика потенцијалне јаме

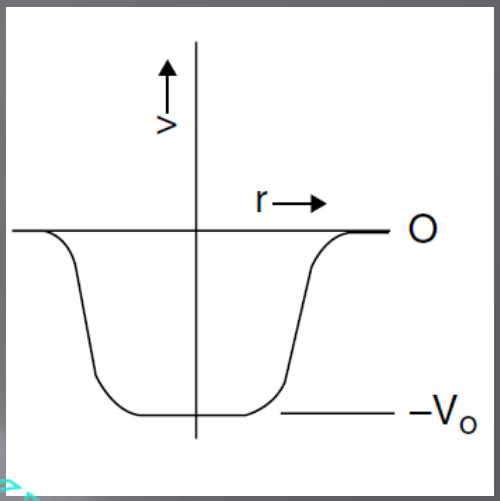


Правоугаона потенцијална јама



$$V(r) = V_0 + \frac{1}{2} M\omega^2 r^2$$

Потенцијал хармонијског осцилатора



$$V(r) = \frac{-V_0}{1+e^{(r-R)a}}$$

Woods-Saxon отенцијал

$V_0 \approx 57$ MeV
$a \approx 0{,}65$ fm

Решење Шредингерове једначине

$$E(\text{nucleon}) = \hbar\left(2\,U_o/mr^2\right)^{1/2}[2(n-1)+l]$$

Факултет за физичку хемију Београд

Квантни бројеви- правила

•Квантни број *l узима позитивне целобројне вредности почевши од нуле, независно од вредности квантног броја n*

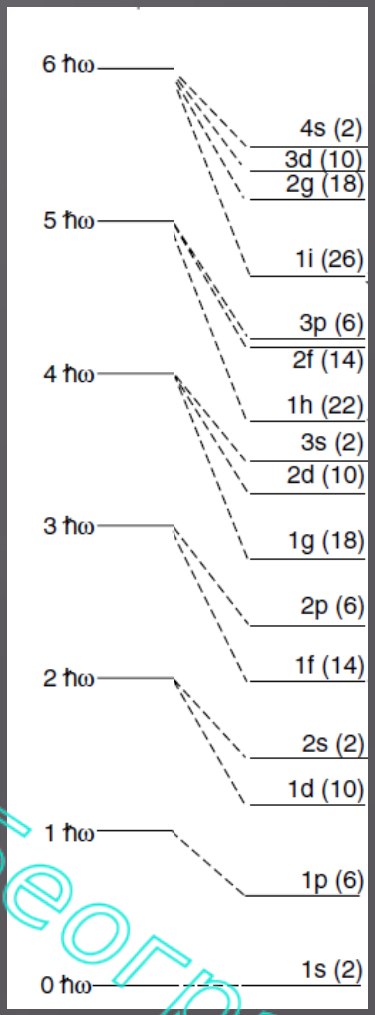
•енергија стања са кватним бројем *l расте са порастом n*

•нуклеони заузимају најниже вредности енергија дате једначином

$$E(\text{nucleon}) = \hbar\left(2\,U_o/mr^2\right)^{1/2}[2(n-1)+l]$$

•Независно од тога да ли је n мање од l или обрнуто постоје међусобно независна стања за протоне и неутроне

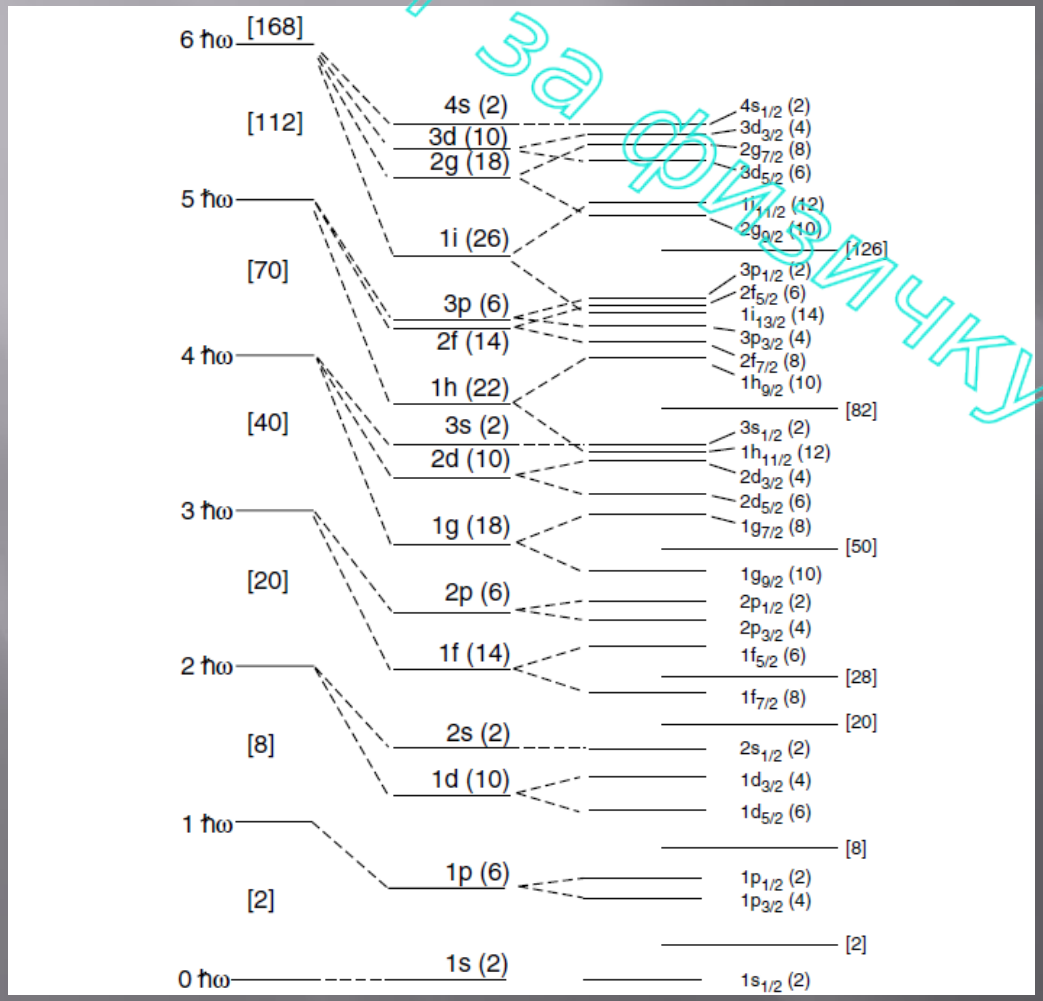
•важи Паулијев принцип



Факултет за физичку хемију Београд

Са корекцијом на спин-орбитално спрезање

- $j = l \pm s$ 1



Nl_j, парност + или -

- При попуњавању орбитала нуклеонима важи Паулијев принцип.
- Пошто су различите потенцијалне јаме та протоне и неутроне њихови нивои се независно попуњавају.
- За разлику од попуњавања атомских орбитала електронима:

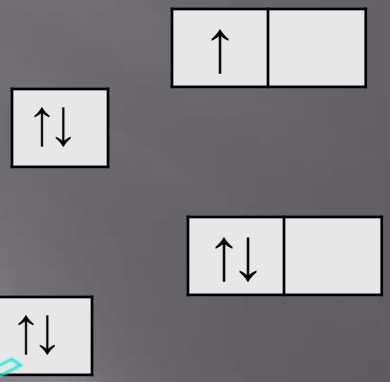
  не важи Хундово правило

  орбитале са већом вредношћу j имају нижу енергију

Факултет за физичку хемију Београд

Пример примене модела љуске на језгру ^7Li

- Како распоредити три протона и четири неутрона
- $(1s_{1/2})^2\,(1p_{3/2})^1$ протони
- $(1s_{1/2})^2\,(1p_{3/2})^2$ неутрони



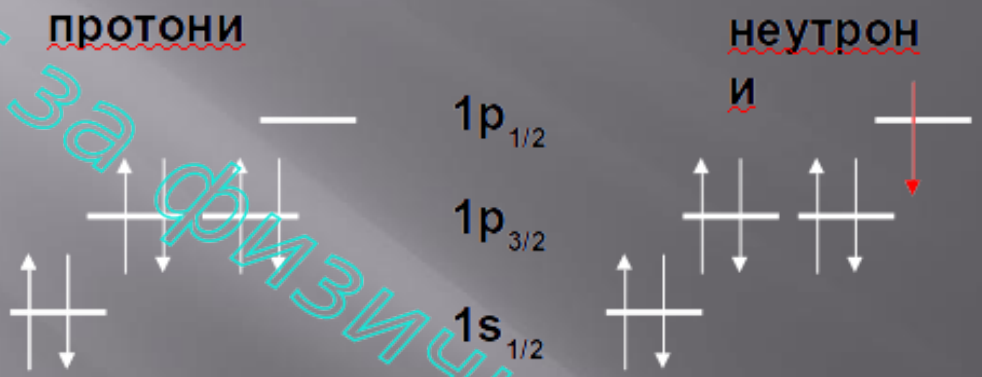
- s=1/2, j=3/2, π=-
- Ексцитована стања ^7Li?
- протон из $(1p_{3/2})^1 \rightarrow (1p_{1/2})^1$ дозвољен
- неутрон из $(1p_{3/2})^2 \rightarrow (1p_{1/2})^1$

Факултет за физичку хемију Београд

Предикција спина језгра за парно-непарна и непарно-парна језгра

Факултет за физичку хемију Београд

^{13}C



I=1/2, π=-

^{51}V (Z=23)

I=7/2, π=-

протони $1s_{1/2}(2)\ 1p_{3/2}(4)\ 1p_{1/2}(2)\ 1d_{5/2}(6)\ 1d_{3/2}(4)\ 2s_{1/2}(2)\ 1f_{7/2}(\uparrow\downarrow\ \uparrow)$

неутрони $1s_{1/2}(2)\ 1p_{3/2}(4)\ 1p_{1/2}(2)\ 1d_{5/2}(6)\ 1d_{3/2}(4)\ 2s_{1/2}(2)\ 1f_{7/2}(8)$

Спарени нуклеони не утичу на укупан спин језгра

Спин језгра одговара спину стања у ком се налази неспарени нуклеон

Предикција спина језгра за непарно-непарна

- Brennan – Bernstein правила (20<A<120)

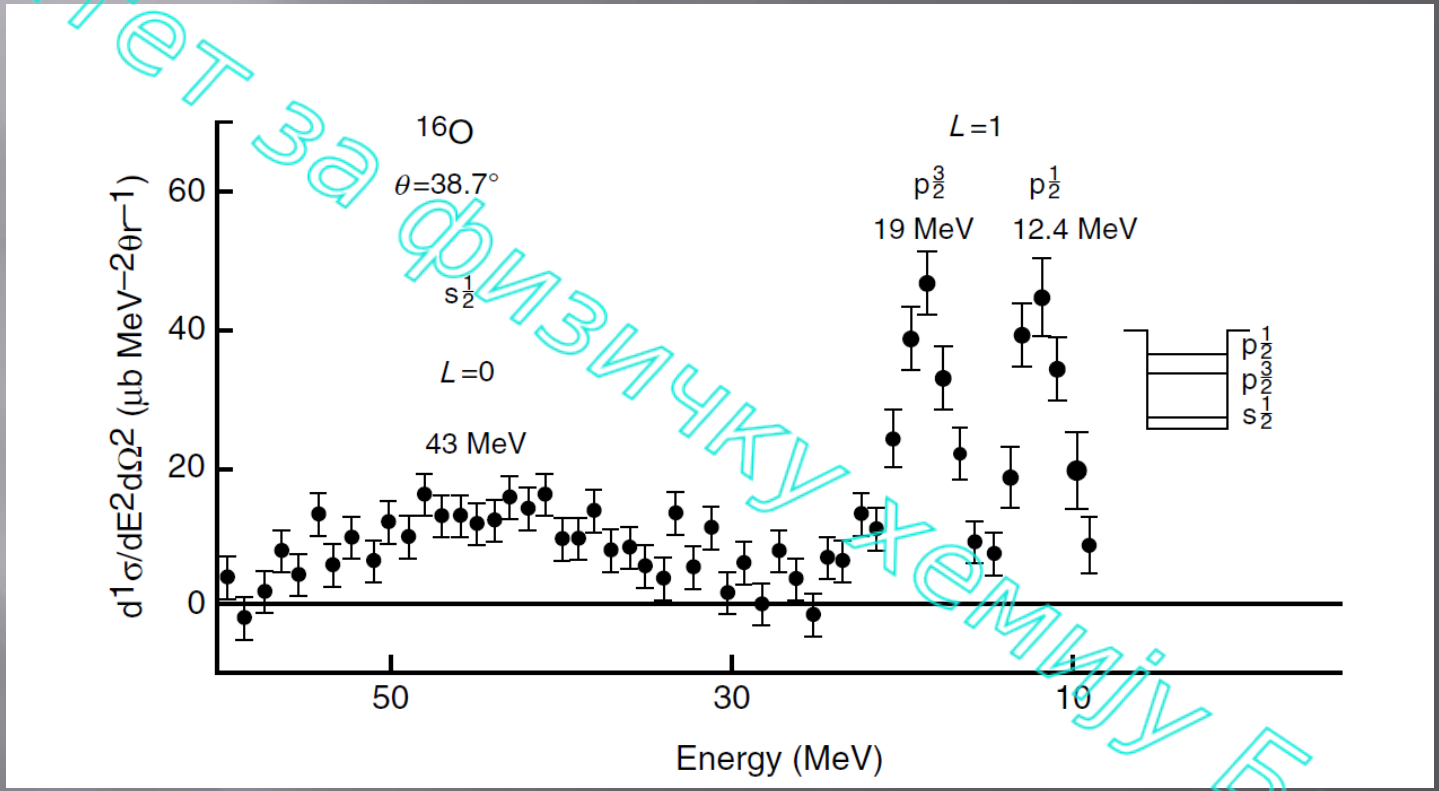
Ако је $j_p+j_n+l_p+l_n$ парно $I=|j_p-j_n|$

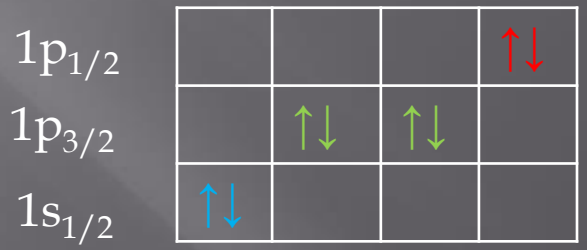
непарно $I=|j_p \pm j_n|$

За непарно-непарна језгра A<20 важи правило $j=j_1+j_2$

Факултет за физичку хемију Београд

Експериментална потврда важења модела за ^{16}O: (p,2p) реакција

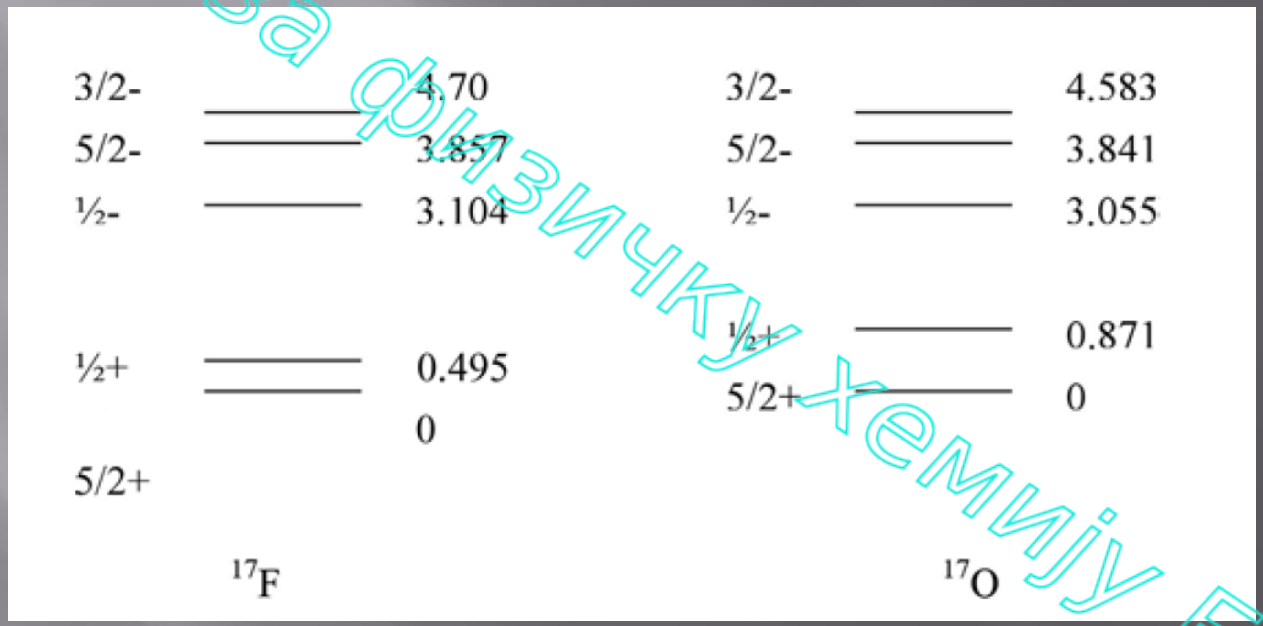




Факултет за физичку хемију Београд

Експериментална потврда да нуклеарна (јака) сила не зависи од наелектрисања

- Огледалска језгра



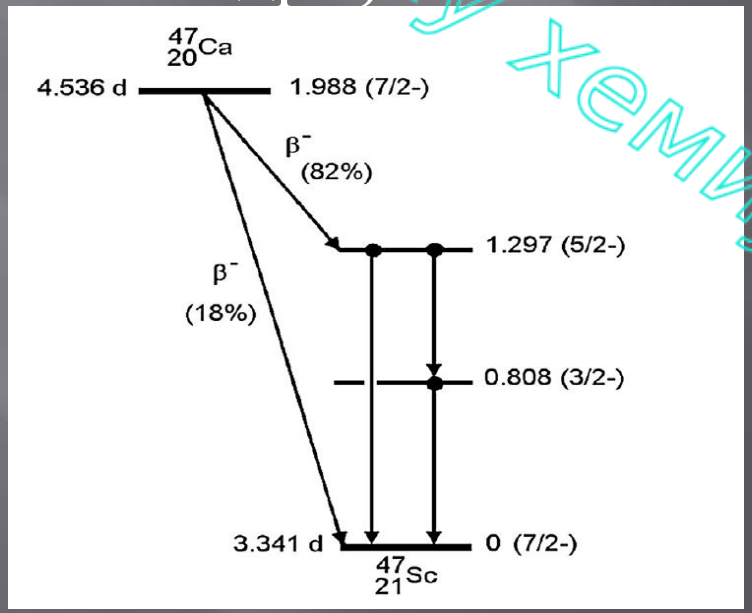
Разлика у Кулоновској енергији између огледалских језгара

$$\Delta E_c = \frac{3}{5}\frac{e^2}{R}\left[Z^2 - (Z-1)^2\right] = \frac{3}{5}\frac{e^2}{R}(2Z-1) \approx \frac{Ze^2}{R}$$

Факултета за физичку хемију Београд

Недостаци модела љуске

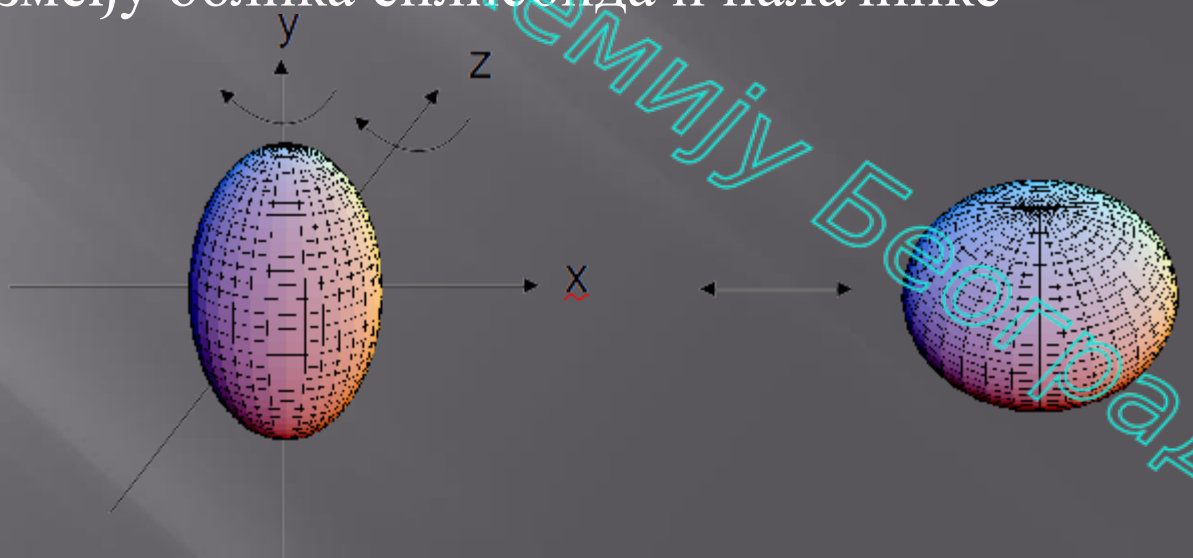
- Потенцијал језгра није сферно симетричан (сем за језгра са магичним бројевима) пошто то нису увек ни дистрибуција масе ни дистрибуција нелектрисања
- Енергије нивоа се донекле разликују од експериментално одређених



Факултет за физичку хемију Београд

Колективни модел језгра- Bohr-Mottelsen (1953)

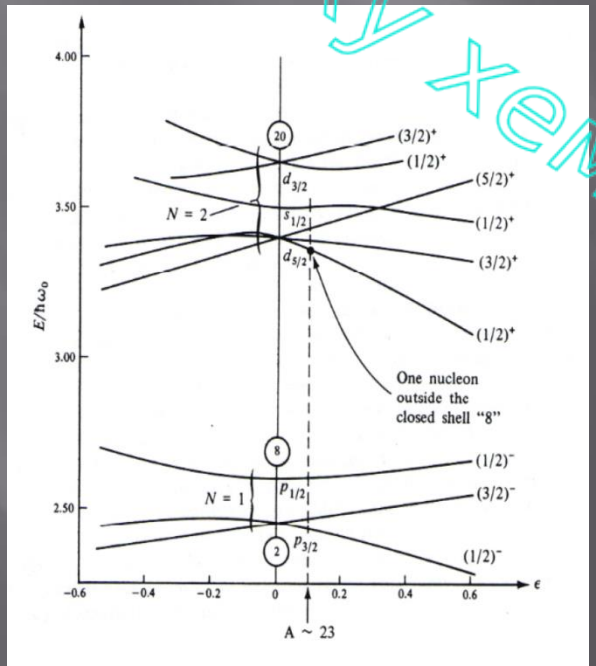
- Језгро као високо-компресована течност која подлеже колективним квантираним ротацијама и вибрацијама
- Разликује четири мода колективног кретања:
  - Ротација око Z осе
  - Ротација око Y осе
  - Флуктуација између облика елипсоида и палачинке (иротација)
  - Вибрације



Факултета за физичку хемију Београд

Уједињени модел деформисаног језгра-Nilsson

- Угаони момент језгара са непарним је сума ротационог угаоног момента деформисаног језгра и угаоног момемента неспареног нуклеона.
- Сваки од нивоа са укупним угаоним моментом j се цепа на два нивоа $j \pm 1/2$
- Енергија нивоа је функција параметре деформације језгра



Факултет за физичку хемију Београд